

**EXERCICE N°1 (4 points)** Coucher la bonne reponse

1) $\ln(2)+\ln(5)=$	a) $\ln(7)$	b) $\ln(10)$	c) $\ln\left(\frac{2}{5}\right)$
2) $3\ln(2)=$	a) $\ln(6)$	b) $\ln(8)$	c) $2\ln(3)$
3) $e^{-\ln(3)} =$	a) $(-3)$	b) $\frac{1}{3}$	c) $(-\frac{1}{3})$
4) $(0,9)^{3,5} =$	a) $e^{0,9\ln(3,5)}$	b) $e^{3,5\ln(0,9)}$	c) $1$
5) La fonction $f(x)=\ln(x+2)$ Est définie sur	a) $\mathbb{R}$	b) $\mathbb{R}^* +$	c) $] -2 ; +\infty[$
6) La fonction $f(x)=\ln(e^x + 1)$ est une primitive dans $\mathbb{R}$	a) $\frac{1}{e^x+1}$	b) $\frac{e^x}{e^x+1}$	c) $e^x + 1$
7) L'équation $3^x = 2$ a pour solution dans $\mathbb{R}$	a) $\frac{2}{3}$	b) $\frac{2}{\ln(3)}$	c) $\frac{\ln(2)}{\ln(3)}$
8) L'équation $e^{2x} = 2$ a pour solution dans $\mathbb{R}$	a) $\frac{\ln(2)}{2}$	b) $\frac{2}{\ln(2)}$	c) $\ln(x)$

**EXERCICE N°2 (7 points)**

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. Le rang  $x_i = 1$  est donné pour l'année 1998.

La consommation est exprimée en milliers de dinars.

Année	1998	2000	2001	2002	2004
Rang de l'année $x_i$	1	3	4	5	7
Consommation en milliers de dinars $y_i$	28,5	35	52	70,5	100,5

- Représenter le nuage de points  $P_i, (x_i ; y_i)$  dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm comme unité en abscisses et 1 cm pour 10 000 Dt en ordonnées).
- Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
- On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation  $y = 12,5x + b$  qui passe par G.
  - Déterminer la valeur de b.
  - Tracer la droite D dans le repère précédent.
- Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2005.
- Le nuage obtenu permet d'envisager un ajustement de type exponentiel

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous (les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près).

$x_i$	1	3	4	5	7	8
$z_i = \ln(y_i)$	3,35	.....	.....	.....	.....	4,94

b) Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en fonction de x à  $10^{-2}$ .

c) En déduire que :  $y = 20,49 e^{0,23x}$ .



d) Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2007 à 100 Dt près.

**EXERCICE N°3 (5 points)**

Le plan est rapporté au repère orthonormé  $(0; \vec{i}; \vec{j})$ . (L'unité graphique est 2 cm).

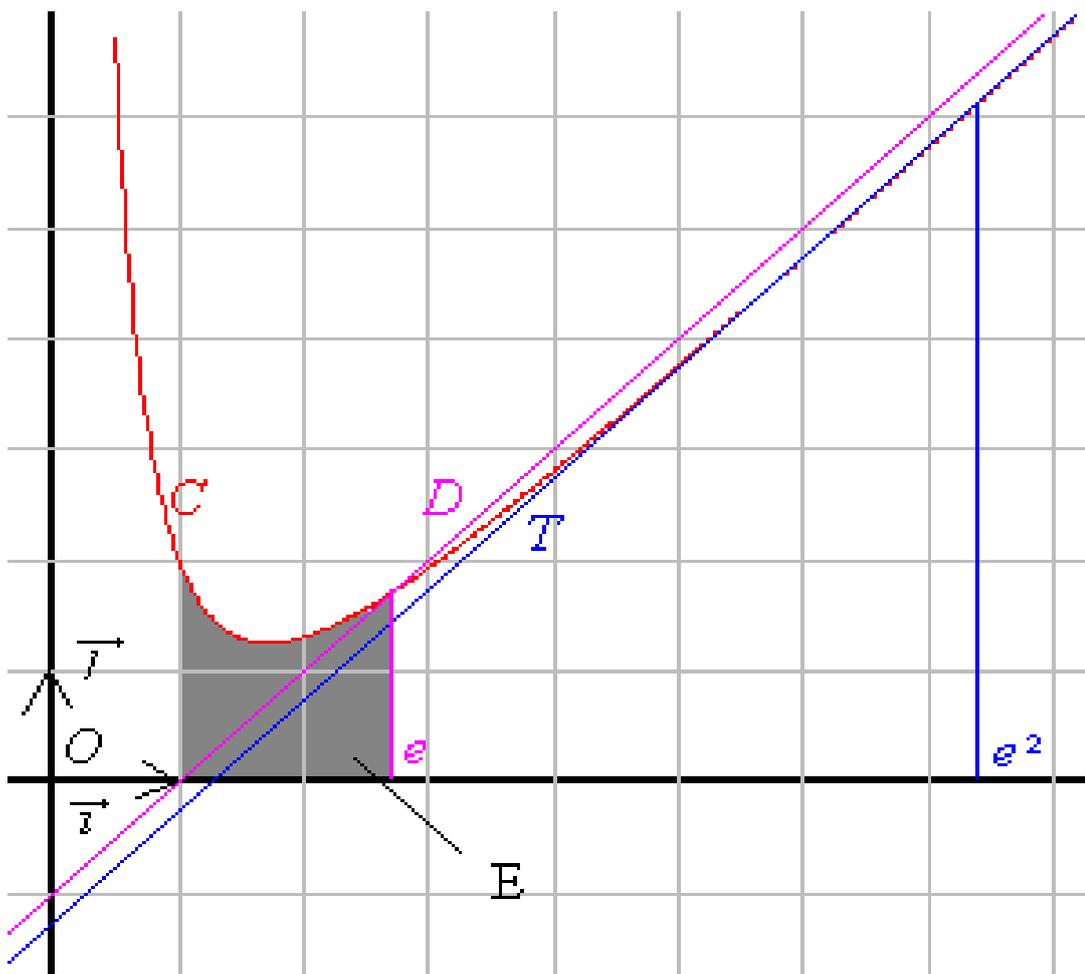
On note  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = x^2 - 4 + 2 \ln(x)$ .

- 1) Calculer la fonction dérivée  $g'$  de la fonction  $g$ .
- 2) Déterminer le sens de variation de la fonction  $g$ . (On ne demande pas les limites en 0 et en  $+\infty$ .)
- 3) Démontrer que sur l'intervalle  $[1; 2]$  l'équation  $g(x) = 0$  possède une solution unique  $k$ .
- 4) Dédire de ce qui précède le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $k$ , dans l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

**EXERCICE N°4 (4 points)** soit  $f(x) = x - 1 + \frac{2}{x} - \frac{2\ln(x)}{x}$  (voir la courbe  $C$  de  $f$ )

On définit sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  la fonction  $H$  par :  $H(x) = \frac{x^2}{2} - x + 2 \ln(x) - (\ln(x))^2$

- 1) Démontrer que  $H$  est une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
- 2) Soit  $E$  la région du plan limitée par la courbe  $C$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$ .  
On note  $S$  l'aire, exprimée en unité d'aire, de la région  $E$ ; Déterminer la valeur exacte de  $S$ .

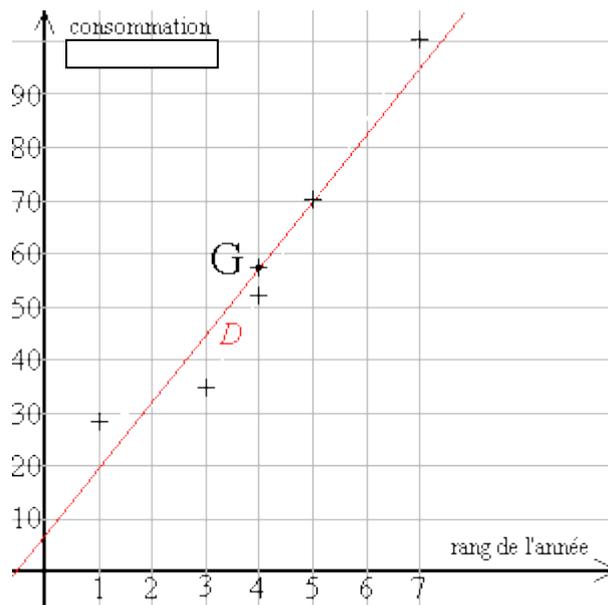


Correction bac blanc 2011

EXERCICE N°1 QCM

Q1	b
Q2	b
Q3	b
Q4	b
Q5	c
Q6	b
Q7	c
Q8	a

EXERCICE N°2 STATISTIQUE La consommation est exprimée en milliers d'euros.



- $\bar{x} = (1 + 3 + 4 + 5 + 7)/5 = 20/5 = 4$  ;  $\bar{y} = (28,5 + 35 + 52 + 70,5 + 100,5)/5 = 57,3$      $G(4 ; 57,3)$
- $G(4 ; 57,3)$  appartient à D d'équation  $y = 12,5x + b$  donc  $57,3 = 12,5 \times 4 + b$  d'où  $b = 57,3 - 50 = 7,3$  , l'équation de la droite D est donc :  $y = 12,5x + 7,3$
- $y_8 = 12,5 \times 8 + 7,3 = 107,3$  milliers dt est la consommation estimée des ménages de cette ville en 2005.

$x_i$	1	3	4	5	7	8
$z_i = \ln y_i$	3,35	3,56	3,95	4,26	4,61	4,94

- à l'aide de la calculatrice on trouve  $c = 0,23$  et  $d = 3,02$  ; donc l'équation est  $z = 0,23x + 3,02$ .
- $y = e^z = e^{0,23x + 3,02} = e^{0,23x} e^{3,02} = 20,49 e^{0,23x}$ .
- Pour  $x = 10$  ,  $y = 20,49 e^{2,3} = 204,37$  soit 204370 DT  
La consommation des ménages est estimée à 204370 DT en 2007

### EXERCICE N°3

$$g'(x) = 2x + \frac{2}{x}$$

2)  $g'(x) > 0$  comme somme de deux expressions strictement positive sur  $]0; +\infty[$  donc  $g$  est strictement croissante sur  $]0; +\infty[$

3) Résolution de l'équation  $g(x) = 0$ .

a)  $g(1) = 1 - 4 = -3 < 0$  et  $g(2) = 2^2 - 4 + 2\ln 2 = 2 \ln 2 > 0$

$g$  est strictement croissante sur  $[1; 2]$ ,  $g$  est dérivable sur  $[1; 2]$  et  $g(1) < 0 < g(2)$ , donc l'équation  $g(x) = 0$  possède une solution unique  $k$  sur l'intervalle  $[1; 2]$ .

4) On en déduit que  $g(x) < 0$  sur  $]0; k[$  et  $g(x) > 0$  sur  $]k; +\infty[$  et  $g(k) = 0$

### EXERCICE N°4

1)

$$H(x) = \frac{x^2}{2} - x + 2 \ln x - \underbrace{(\ln x)^2}_{\text{forme } u^2}$$

$$H'(x) = x - 1 + \frac{2}{x} - \underbrace{2 \frac{1}{x} (\ln x)}_{\text{forme } 2u'u} = x - 1 + \frac{2}{x} - \frac{2 \ln x}{x} = f(x)$$

donc  $H$  est une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

2)  $f(x)$  est positive donc l'aire est l'intégrale de  $f(x)$  entre 1 et  $e$

$$\begin{aligned} S &= \int_1^e f(x) dx = \left[ \frac{x^2}{2} - x + 2 \ln x - (\ln x)^2 \right]_1^e \\ &= \left[ \frac{e^2}{2} - e + 2 - 1 - \left( \frac{1}{2} - 1 \right) \right] = \frac{e^2}{2} - e + 1 + \frac{1}{2} = \frac{e^2}{2} - e + \frac{3}{2} \text{ u.a} \end{aligned}$$

c) valeur décimale approchée de cette aire, arrondie au  $\text{mm}^2$  ( 2 chiffres après la virgule )  
l'unité d'aire est  $4 \text{ cm}^2$  on a  $S = 9,90 \text{ cm}^2$