SERIE DE MATHEMATIQUES
CLASSE :DEUXIEME SCIENCES
THEME : TRIGONOMETRIE

LYCEE D'INDEPENDANCE
OUED ELLIL
ANNEE SCOLAIRE :2010-2011
PROF : BELLASSOUED MOHAMED

Exercice 1

Démontrer les égalités suivantes :

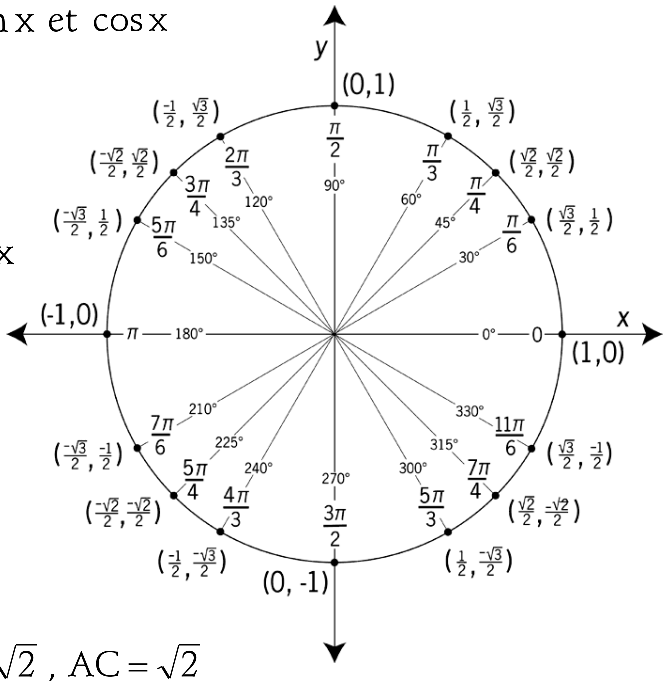
$$\cos^2 x - \cos^2 y = \sin^2 y - \sin^2 x$$
$$\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$$
$$\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\cos^2 x \sin^2 x$$
$$\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x$$

Exercice 2

1- Démontrer que pour tout $x \in [0;\pi]$ on a : $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$

2- Sachant que $\cos x - \sin x = \dfrac{1}{2}$, déduisez-en $\sin x$ et $\cos x$

Exercice 3



1- Sachant que $\sin x = \dfrac{4}{5}$, calculer $\cos x$ et $\tan x$

2- Sachant que $\cos x = \dfrac{-2}{3}$, calculer $\sin x$ et $\tan x$

3- Sachant que $\tan x = \dfrac{1}{3}$, calculer $\sin x$ et $\cos x$

4- Résoudre dans $[0;\pi]$ les équations suivantes

a- $2\sin^2 x + (2-\sqrt{3})\sin x - \sqrt{3} = 0$

b- $2\cos^3 x - 17\cos^2 x + 7\cos x + 8 = 0$

c- $2\sin^3 x + \cos^5 x + 4\sin x - 2 = 0$

Exercice 4

1- Soit ABC un triangle défini par $AB = 2$, $BC = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{2}$

Déterminer la mesure en radians des angles $\hat{A}, \hat{B}$ et $\hat{C}$

2- Soit ABC un triangle défini par $AB = 2$, $BC = 1$ et $\hat{B} = \dfrac{\pi}{3}$

Déterminer la longueur AC et les angles $\hat{A}$ et $\hat{C}$

3- Soit ABC un triangle défini par $BC = 36$, $\hat{B} = 45°$ et $\hat{C} = 62°$

Déterminer l'aire du triangle ABC

4- Dans la figure1 si contre on donne : $(CH) \perp (AH)$

$H\hat{A}C = 42°$, $\hat{A} = 105°$, $\hat{B} = 36°$ et $AB = 300$

Determiner CH

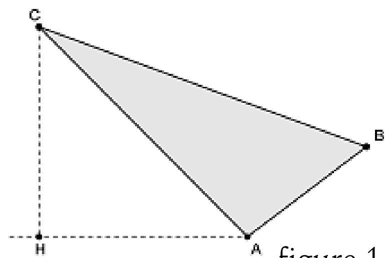


figure 1

Exercice 5

la figure 2 represente un quadrilatere convexe ABCD

montrer que l'aire du quadrilatere est :

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin\alpha$$

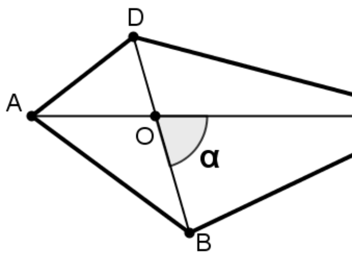
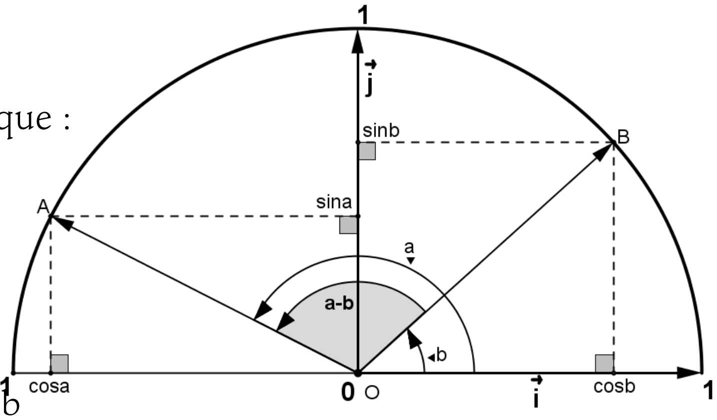


figure2

Exercice 6



A etB deux points du demi cercle trigonométrique :

$A(\cos a;\sin a)$ et $B(\cos b;\sin b)$

1- Montrer que

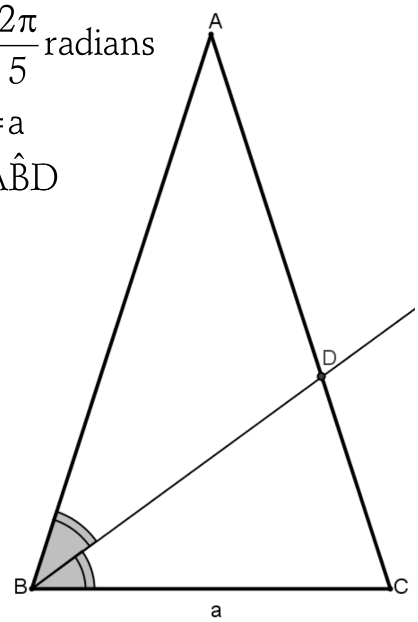
$AB^2 = 2 - 2(\cos a\cos b + \sin a\sin b)$

2- On utilisant le théorème d'el-Kashi ;

déduire que: $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$

3- On écrivant $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$; déduire que $\cos(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Exercice 7



ABC un triangle isocèle, de sommet principal A , tel que $A\hat{B}C = \frac{2\pi}{5}$ radians

Soit $[BD)$ la bissectrice de l'angle $A\hat{B}C$ $(D \in [AC])$ .on pose BC=a

1- Calculer les mesures en radians des angles $B\hat{C}A$,$C\hat{A}B$ et $A\hat{B}D$

2- Montrer que BD=AD=a

3- a -Montrer que $AB = 2a\cos(\frac{\pi}{5})$ **et** $CD = 2a\cos(\frac{2\pi}{5})$

b- en déduire que $\cos(\frac{\pi}{5}) - \cos(\frac{2\pi}{5}) = \frac{1}{2}$ ①

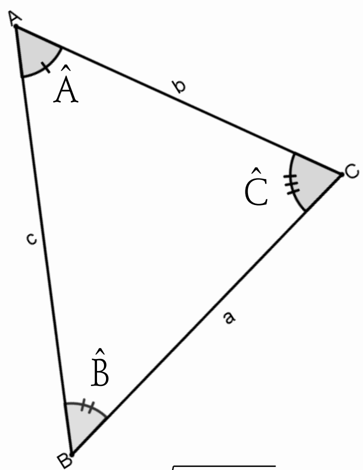
4- a-montrer que $BC = 4a\cos(\frac{\pi}{5})\cos(\frac{2\pi}{5})$

b- en déduire que $\cos(\frac{\pi}{5})\cos(\frac{2\pi}{5}) = \frac{1}{4}$ ②

5- a- on pose $x = \cos(\frac{\pi}{5})$ et $y = \cos(\frac{2\pi}{5})$. en utilisant les relations ① et ② et l'égalité $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$; calculer x+y

b- en déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{5})$ et $\cos(\frac{2\pi}{5})$

Exercice 8



On considère un triangle ABC : AB = c ; AC=b ; BC=a

1- Montrer que $a = b\cos\hat{C} + c\cos\hat{B}$

2- En déduire que $\sin(\hat{B}+\hat{C}) = \sin\hat{B}\cos\hat{C} + \cos\hat{B}\sin\hat{C}$

3- Première application :

a-On remarquant que $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{12}$, calculer $\sin(\frac{7\pi}{12}), \cos(\frac{7\pi}{12})$

b-en déduire que $\cos(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

c-On suppose que $\hat{B} = \hat{C} = \frac{\pi}{8}$; montrer que $\sin(\frac{\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $\cos(\frac{\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

4- deuxième application :

on suppose que $\cos(\hat{A}) + \cos(\hat{B}) = \sin(\hat{C})$ .montrer que le triangle ABC est rectangle