Exercice n° 02 :

1/ La droite (AE) est perpendiculaire au plan $(EFGH)$ d'où

$(AE)\perp(FH)\Rightarrow \overrightarrow{AE}.\overrightarrow{FH}=0$

* $EFGH$ est un carré donc

$(AE)\perp(FH)\Rightarrow \overrightarrow{AE}.\overrightarrow{FH}=0$

$\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{FH}=\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EG}\right).\overrightarrow{FH}=0$

De même $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{HC}=0$.

2/ $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{FH}=0\Rightarrow(AG)\perp(FH)$

$\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{HC}=0\Rightarrow(AG)\perp(HC)$

(AG) est orthogonale à deux droites sécantes contenus dans le plan (FHC) donc $(AG)\perp(FHC)$.

Exercice n° 04 :

1/ $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BJ}$

D'où $ABJI$ est un parallélogramme ❶

$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{HE}=\overrightarrow{LH}$

D'où $ALHI$ est un parallélogramme ❷

$\overrightarrow{LK}=\overrightarrow{LH}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{GK}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{HG}+\frac{1}{3}\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{AB}$

D'où $ABKL$ est un parallélogramme ❸

❶+❷+❸ $\Rightarrow ABKLIJGH$ est un parallélépipède.

2/ a) $A(0,0,0);B(1,0,0)$

$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\Rightarrow I\left(0,\frac{1}{3},0\right)$

$$\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EL}=\overrightarrow{AE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{AE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$$

Donc $L\left(0,\frac{2}{3},1\right)$

b) $V=\left|\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AI}\right).\overrightarrow{AL}\right|=\frac{1}{3}(u.v)$

Exercice n° 05 :

$O=A*G=B*H=C*E=D*F$

$I=A*F;J=A*F=B*E$

$K=A*C=B*D$

1/ On considère le repère orthonormé $\left(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ avec :

$\vec{i}=\frac{1}{a}\overrightarrow{AB},\vec{j}=\frac{1}{a}\overrightarrow{AD},\vec{k}=\frac{1}{a}\overrightarrow{AE}$

$A(0,0,0);B(a,0,0);D(0,a,0)$

$E(0,0,a);G(a,a,a);C(a,a,0)$

D'où $I\left(\frac{a}{2},0,0\right);O\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$

$J\left(\frac{a}{2},0,\frac{a}{2}\right);K\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},0\right)$

$$\overrightarrow{IO}\begin{pmatrix}0\\ \frac{a}{2}\\ \frac{a}{2}\end{pmatrix};\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \frac{a}{2}\end{pmatrix};\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix}0\\ \frac{a}{2}\\ 0\end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{IO}=\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IK}$

D'où les vecteurs $\overrightarrow{IO},\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont coplanaires par suite : O,I,J et K sont coplanaires.

2/ $\overrightarrow{IO}=\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IK}O$ d'où est un parallélogramme

$IJ=IK=\left|\frac{a}{2}\right|=\frac{a}{2}$ et $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{IK}=0$ d'où $OKIJ$ est un carré.

3/ $V=\frac{1}{3}\left|\left(\overrightarrow{IJ}\wedge\overrightarrow{IK}\right).\overrightarrow{IB}\right|=\frac{a^3}{24}(u.v)$

Exercice N° 16 :

$A(a,0,0);B(0,b,0);C(0,0,c)$

1/ a) $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}bc\\ ac\\ ab\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC)

$(ABC):(bc)x+(ac)y+(ab)z+d=0$

On a : $A\in(ABC)$ **donc** $d=-abc$.

b)

$$OH=d(O,(ABC))=\frac{abc}{\sqrt{(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2}}$$

alors $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$

$=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$

2/a) Soit $A=aire(ABC)$

$$A=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right\|=\frac{1}{2}\sqrt{(ab)^2+(ac)^2+(bc)^2}$$

b) $A_1=aire(OAB)=\frac{ab}{2}$

$A_2=aire(OAC)=\frac{ac}{2}$

$A_3=aire(OBC)=\frac{bc}{2}$

$A^2=A_1^2+A_2^2+A_3^2$

Exercice n° 17 :

1/ $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\alpha\overrightarrow{BF}$

$=\overrightarrow{AB}+\alpha\overrightarrow{AE}$

Donc $M(1,0,\alpha)$.

$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}$

$=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)+\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\overrightarrow{CH}$

$=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)+\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CG}\right)$

$=$...........

$=\left(1-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right)\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\overrightarrow{AE}$

Donc $N\left(1-\frac{\alpha}{\sqrt{2}},1,\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right)$

2/ a) Un calcul simple donne :

$\overrightarrow{MN}=\alpha\vec{u}+\overrightarrow{AD}$ **avec :**

$\vec{u}=-\frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{AB}+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-1\right)\overrightarrow{AE}$

b) $\overrightarrow{MN}=\alpha\vec{u}+\overrightarrow{AD}$ **alors** $\overrightarrow{MN}$ **est un vecteur du plan** $P\left(A,\vec{u},\overrightarrow{AD}\right)$ **alors** (MN) **reste // à** $P\left(A,\vec{u},\overrightarrow{AD}\right)$.

3/ $B(1,0,0)$; $C(1,1,0)$

$I\left(1,\frac{1}{2},0\right)$ **avec** $I=B*C$

$J\left(1-\frac{\alpha}{2\sqrt{2}},\frac{1}{2},\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\alpha\right)$ **avec** $J=M*N$

$\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}-\frac{\alpha}{2\sqrt{2}}\\0\\\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\alpha\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ **on a :** $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{BC}=0$

donc $(IJ)\perp(BC)$

$\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{MN}=0$ **donc** $(IJ)\perp(MN)$.

Exercice n° 21 :

$J(0,1,0)$; $\overrightarrow{OM}=\alpha\vec{k}$; $\overrightarrow{AN}=\beta\vec{i}$

1/ $S:x^2+(y-1)^2+z^2=1$.

2/ $M(0,0,\alpha)$; $N(\beta,2,0)$

$(MN):\begin{cases}x=\beta k\\y=2k\\z=\alpha-\alpha k\end{cases}$; $k\in\mathbb{R}$

3/ a) (MN) **est tangente à** S **ssi**

$d(J,(MN))=1\Leftrightarrow\frac{\left\|\overrightarrow{JM}\wedge\overrightarrow{MN}\right\|}{\left\|\overrightarrow{MN}\right\|}=1$

$\Leftrightarrow\left\|\overrightarrow{JM}\wedge\overrightarrow{MN}\right\|=\left\|\overrightarrow{MN}\right\|$

$\Leftrightarrow\alpha^2+\beta^2+4=\alpha^2+\beta^2+\alpha^2\beta^2$

$\Leftrightarrow\alpha^2\beta^2=4$

b) Soit $\{D\}=(MN)\cap S$

$D(x,y,z)\in(MN)\cap S$ **si et seulement si**

$$\begin{cases} x=\beta k \\ y=2k \\ z=\alpha-\alpha k \\ x^2+(y-1)^2+z^2=1\,(*) \end{cases}$$

Remplaçons x, y et z par leurs expressions dans $(*)$, on obtient :

$$(\alpha^2+\beta^2+4)k^2-(2\alpha^2+4)k+\alpha^2=0$$

$$\Delta=(2\alpha^2+4)^2-4(\alpha^2+\beta^2+4)\alpha^2$$

$=0$ **donc** $k=\dfrac{\alpha^2+2}{\alpha^2+\beta^2+4}$ **et par suite**

$$D\left(\frac{\beta(\alpha^2+2)}{\alpha^2+\beta^2+4};\frac{2(\alpha^2+2)}{\alpha^2+\beta^2+4};\frac{\alpha\,\beta^2+2}{\alpha^2+\beta^2+4}\right)$$

Exercice n° 23 :

$\overrightarrow{DM}=x.\overrightarrow{DF}$

1/ a) $\begin{cases} FB=FG=1 \\ DB=DG=\sqrt{2} \end{cases}$ **d'où F et D appartiennent au plan P_1 médiateur du segment $[BG] \Rightarrow (FD)\subset P_1$ et comme $M\in(FD)$ alors $M\in P_1$ et par suite $MB=MG\,(*)$, de même**

$\begin{cases} DB=DE \\ FB=FE \end{cases} \Rightarrow (DF)\subset P_2$ **avec P_2 plan médiateur de $[BF]$**

$M\in(FD)$ alors $M\in P_2$ et par suite $MB=ME\,(**)$

$(*)$ **et** $(**) \Rightarrow MB=MG=ME$

b) $ABFE$ est un carré donc $BE=\sqrt{2}$ de même $EG=BG=\sqrt{2}$ d'où le triangle BEG est un triangle équilatéral.

2/ On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$

a) $B(1,0,0)$; $F(1,0,1)$ **et** $D(0,1,0)$

$$\overrightarrow{DM}=x.\overrightarrow{DF}\Rightarrow\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AM}=x.\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}\right)$$

$$\Rightarrow\overrightarrow{AM}=x.\overrightarrow{AB}+(1-x)\overrightarrow{AD}+x.\overrightarrow{AE}$$

D'où $M(x,1-x,x)$

$$MB^2=(1-x)^2+(x-1)^2+(-x)^2$$
$$=3x^2-4x+2$$

Soit $g(x)=3x^2-4x+2$

g est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on a :

$\forall x\in\mathbb{R}$, $g'(x)=6x-4$

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$2/3$	$\nearrow$	$+\infty$

b) On a : $MB=MG=ME$ donc M appartient à l'axe (Δ) du cercle (ξ).

D'autre part on a : MB^2 est minimale pour $x=2/3\Rightarrow M(2/3,1/3,2/3)$

Donc le centre de (ξ) circonscrit au triangle BEG est $\Omega(2/3\ ,\ 1/3\ ,2/3)$.

3/ $\widehat{EMB}=\widehat{BMG}=\widehat{GME}=\alpha$

a) Dans le triangle BME, on a :

$BE^2=MB^2+ME^2-2\,MB.ME\cos(\alpha)$ **alors** $\left(\sqrt{2}\right)^2=2\,MB^2-2\,MB^2\cos(\alpha)$

alors $\cos(\alpha)=1-\dfrac{1}{MB^2}$

$$=1-\frac{1}{3x^2-4x+2}$$

b) $f(x)=1-\dfrac{1}{3x^2-4x+2}$; $D_f=\mathbb{R}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on a :

$$\forall x\in\mathbb{R}, f'(x)=\frac{6x-4}{(3x^2-4x+2)^2}$$

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-1/2$	$\nearrow$	1

$f(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-4x+1=0$

$\Leftrightarrow x'=1 \; et \; x''=\frac{1}{3}$

c) $f(x)=\cos(\alpha)$

$\cos(\alpha)=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3} \; ou \; x=1$

$$\cos(\alpha)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{ME} \\ \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MG} \\ \overrightarrow{ME} \perp \overrightarrow{MG} \end{cases}$$

Pour $x=1$ **on a :** $MB^2=1$

Pour $x=1/3$ **on a :** $MB^2=1$

$\Rightarrow MB=ME=MG$ **d'où**

$\left(M, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MG}, \overrightarrow{ME}\right)$ **est un repère orthonormé.**

$\overrightarrow{DM_1}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DF}$; $M_2=F$

d) $x \in [0,1]$ **pour** $M \in [DF]$.

$f(x)=\cos(\alpha)$

x	0		$2/3$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$1/2$	↘	$-1/2$	↗	0

$\cos(\alpha) \in [-1/2, 1/2] \Rightarrow \alpha \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$

$\alpha=\frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos(\alpha)=\frac{1}{2} \Rightarrow x=0$

$\Rightarrow M=D$

Donc l'angle α **est minimal pour** $M=D$.

Exercice n° 24 :

1/ $B(1,1,0)$; $P: x+y-a=0$ **avec** $a \in]0,1[$

$A(1,0,0)$; $S(0,0,1)$; $C(0,1,0)$

$$\overrightarrow{SA}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} \text{ donc } (SA): \begin{cases} x=1+\alpha \\ y=0 \\ z=-\alpha \end{cases} \; ; \; \alpha \in \mathbb{R}$$

De même , on trouve :

$$(SB): \begin{cases} x=\beta \\ y=\beta \\ z=1-\beta \end{cases} \; ; \; \beta \in \mathbb{R}$$

$$(SC): \begin{cases} x=0 \\ y=1+\delta \\ z=-\delta \end{cases} \; ; \; \delta \in \mathbb{R}$$

$$(OC): \begin{cases} x=0 \\ y=\gamma \\ z=0 \end{cases} \; ; \; \gamma \in \mathbb{R}$$

$$(OA): \begin{cases} x=\lambda \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \; ; \; \lambda \in \mathbb{R}$$

2/ $\{I\}=P \cap (SA)$

Soit $I(x,y,z)$ **donc**

$$\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=0 \\ z=-\alpha \\ x+y-a=0 \end{cases} \Rightarrow 1+\alpha+0-a=0$$

Donc $\alpha=a-1$ **et par suite** $I(a-1,0,1-a)$

De même on trouve :

$J\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},1-\frac{a}{2}\right)$; $K(0,a,1-a)$; $L(0,a,0)$ **et** $M(a,0,0)$

b) $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix}-a\\a\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ML}\begin{pmatrix}-a\\a\\0\end{pmatrix}$ **et** $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}0\\0\\a-1\end{pmatrix}$

$$\text{on a : } \left.\begin{array}{l} \overrightarrow{IK}=\overrightarrow{ML} \\ \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{IM}=0 \end{array}\right\} \Rightarrow IKLM \text{ est un parallélogramme.}$$

c) $A=aire \; du \; pentagone \; (IJKLM)$

$=aire(IKLM)+aire(IJK)$

$=A_1+A_2$

On a : $A_1=IK \times IM=\sqrt{2}\,a(1-a)$

$$A_2=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{IJ}\wedge\overrightarrow{IK}\right\|=\frac{\sqrt{2}\,a^2}{4}$$

Donc $A=\dfrac{\sqrt{2}\,a}{4}(4-3a)$

3/ a) $f(x)=\dfrac{x\sqrt{2}}{4}(4-3x)\quad ;\quad x\in\left]0,1\right[$

f **est dérivable sur** $\left]0,1\right[$**, et on a :**

$$\forall x\in\left]0,1\right[,\ f'(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(2-3x)$$

x	0		$2/3$		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\sqrt{2}/3$	$\searrow$	$\sqrt{2}/4$

b) La position du plan P qui réalise le maximum de l'aire du pentagone $IJKLM$ **c'est pour** $a=2/3$.

Soit G **le centre de gravité du triangle** OAC.

On a :

$$\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$$

Donc $G\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3},0\right)$**, pour** $a=2/3$ **on a :**

$P:x+y=2/3$ **, il est clair que** $G\in P$.

Exercice n° 29 :

$$D:\begin{cases}x=1-\alpha\\ y=2+\alpha\\ z=-1-\alpha\end{cases}\quad ;\quad \alpha\in\mathbb{R}$$

$$D':\begin{cases}x=1+2\beta\\ y=2-2\beta\\ z=-1+2\beta\end{cases}\quad ;\quad \beta\in\mathbb{R}$$

$\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}$ **est un vecteur directeur de** D.

$\vec{v}'\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}$ **est un vecteur directeur de** D'.

On a : $\vec{v}'=-2\vec{v}$ **donc** $\vec{v}'$ **et** $\vec{v}$ **sont colinéaires et par suite** $D'//D$.

On a : $A(1,2,-1)\in D\cap D'$ **donc** D **et** D' **sont confondues.**

On a : $t_{-\vec{v}}(D)=D=D'$.

Exercice n° 38 :

Faire la figure.

$$3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$$

1/ On a : $h(A)=D$ **donc** $h[(AI)]$ **est la droite passant par** D **et parallèle à** (AI) **c'est la droite** (AC).

D'autre part on a : $h[(OI)]=(OI)$ **avec** O **est le centre de** h**, or** $(OI)\cap(AI)=\{I\}$ **alors**

$$h(I)=h[(OI)\cap(AI)]$$
$$=(OI)\cap(AC)=C$$

Soit k **le rapport de** h.

$$k=\frac{DC}{AI}=4$$

2/ On a : $\{J\}=(OI)\cap plan(CDHG)$

Soit $E'=h(E)\Rightarrow E'\in(OE)$ ❶

$h[(ABFE)]$ **est le plan passant par** $h(A)=D$ **et qui lui est parallèle ce qui prouve que** $h[(ABFE)]=(DCGH)$

Puisque :

$E\in plan(ABFE)\Rightarrow E'\in plan(DCGH)$❷

❶ **et** ❷ **donnent** $E'=J$ **donc** $h(E)=J$.

On a : $h(A)=D$ **et** $h(E)=J$ **alors** $(AE)//(DJ)$ **or** $(AE)//(DH)$ **donc** $(DJ)//(DH)$ **donc les points** D, H **et** J **sont alignés.**

3/ On a : $P//(IED)$ **et** $J\in P$

$h[(IED)]$ **est le plan passant par** J **et qui lui est parallèle donc c'est le plan** P.

La droite (AD) **perse le plan** (IED) **en** D **donc** (AD) **perse** P **en** $K=h(D)$ **car :**

$h[(AD)]=(AD)$

$$\begin{cases} h(A)=D \\ h(D)=K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OK}=4\,\overrightarrow{OD} \\ \overrightarrow{OD}=4\,\overrightarrow{OA} \end{cases}$$

$\Rightarrow OK=4\,OD$ et $OD=4\,OA$

$\Rightarrow OD^2=OA.OK$

Exercice n° 39 :

1/ On a :

$h(B)=A$, $h(E)=M$ **et** $h(H)=N$ **alors**

$h[(BEH)]=(AMN)$ **or** $(BEH)=(BCE)$

donc $h[(BCE)]=(AMN)$

2/ Soit $C'=h(C)$

On a : $C'\in(AMN)$ **et** $C'\in(IC)$ **donc** $C'=P$

Ce qui prouve que $\overrightarrow{IP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$ **et par suite** $\overrightarrow{IC}=3\overrightarrow{IP}$.

On a : $h[(BC)]$ **est la droite passant par** $h(B)=A$ **et parallèle à** (BC) **d'où**

$h[(BC)]=(AD)$

$C\in(BC)\Rightarrow h(C)\in h[(BC)]=(AD)$ **donc** $P\in(AD)$.

3/ On considère le repère orthonormé direct

$\left(A,\frac{1}{a}\overrightarrow{AB},\frac{1}{a}\overrightarrow{AD},\frac{1}{a}\overrightarrow{AE}\right)$

On a : $\overrightarrow{AP}\begin{pmatrix}0\\ \frac{1}{3}a\\ 0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}-\frac{1}{3}a\\ 0\\ \frac{1}{3}a\end{pmatrix}$ **et**

$\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}-\frac{a}{2}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$

$$V=\frac{1}{3}\left\|\left(\overrightarrow{AP}\wedge\overrightarrow{AM}\right).\overrightarrow{AI}\right\|=\frac{a^3}{54}(u.v)$$

Exercice n° 40 :

$$\begin{cases} x'=3x-2 \\ y'=3y-3 \\ z'=3z-4 \end{cases}$$

1/ $M(x,y,z)$ **est un point invariant par** f **ssi :**

$$f(M)=M \Leftrightarrow \begin{cases} x=3x-2 \\ y=3y-3 \\ z=3z-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2} \\ z=2 \end{cases}$$

Donc f **est l'homothétie de centre** $I\left(1,\frac{3}{2},2\right)$ **et de rapport** $k=3$.

2/ Pour $x=y=z=0$ **, on obtient :**

$x'=-2$, $y'=-3$ **et** $z'=-4$ **d'où** $J(-2,-3,-4)$.

3/ $P: x-y+z=0$

$Q=f(P)\Rightarrow Q // P$ **d'autre part on a :**

$O\in P\Rightarrow J\in Q$ **d'où** Q **est le plan passant par** J **et parallèle à** P.

$Q: x-y+z+d=0$ **or** $J\in Q$ **donc** $d=3$ **et par suite** $Q: x-y+z+3=0$.