Lycée Abou Kassem Echebbi 4^{eme} **E. G** $_1$	**DEVOIR DE CONTRÔLE N ° 3** **MATHÉMATIQUE** ***19/04/2011***	*Prof : Othmani* **Durée : 1,30 mn**

EXERCICE N ° 1 : *(04 points)*

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

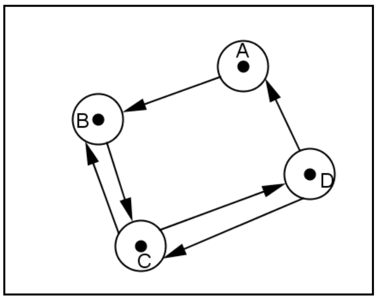
1) La limite de $\left(x^2+2+\dfrac{e^x}{x}\right)$ quand x tend vers $+\infty$ est égal à :

a) $+\infty$ **b)** $-\infty$ **c)** 0

2) On pose $I=\displaystyle\int_{\ln 3}^{\ln 4}\frac{1}{e^x-1}dx$ et $J=\displaystyle\int_{\ln 3}^{\ln 4}\frac{e^x}{e^x-1}dx$ alors le nombre $J-I$ est égal à:

a) $\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)$ **b)** $\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)$ **c)** $\ln 1$

3) On donne le graphe orienté ci contre :



A) Ce graphe G:

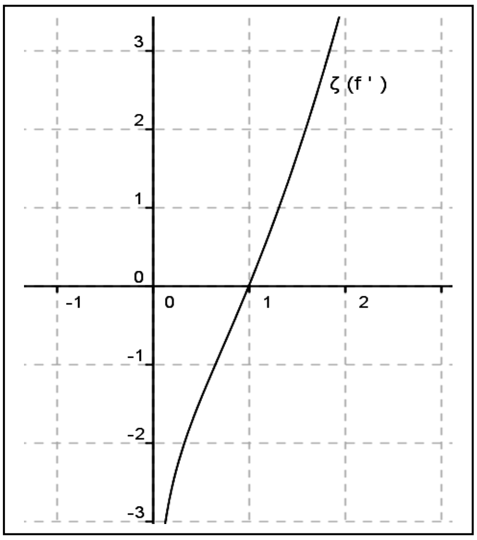
a) admet une chaine eulérienne orientée
b) admet un cycle eulérien orienté
c) n'admet pas une chaine eulérienne orientée

B) La matrice associée à ce graphe G (les sommets sont dans l'ordre alphabétique) est:

a) $M=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$ **b)** $M=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$ **c)** $M=\begin{pmatrix}0&1&0&1\\1&0&1&0\\0&1&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$

EXERCICE N ° 2 : *(06 points)*

La courbe $C_{(f')}$ ci – dessous représente la courbe de la fonction dérive d'une fonction f définie dérivable sur $]0;+\infty[$



1) **a)** Donner le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$
b) Donner $f'(1)$ interpréter graphiquement ce résultat

Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x - 1 - \dfrac{\ln x}{x}$ et on note C_f sa courbe représentative et f' sa fonction dérivée dont sa représentation graphique $C_{(f')}$ est donnée ci – dessus

2) **a)** Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ puis interpréter graphiquement ce résultat

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)]$ puis interpréter graphiquement ce résultat

3) Dresser le tableau de variation de f

4) **a)** Etudier la position relative de C_f et de la droite $\Delta : y = x - 1$

b) Tracer Δ et C_f

5) Calculer l'aire de la partie du plan limité par C_f et la droite Δ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$

EXERCICE N ° 3 : *(03 points)*

Le débit en $m^3 \times h^{-1}$ d'une pompe à arrosage qui fonctionne en été de 5 heures à 20 heures, est modélisé par $f(x) = 5e^{0,002x}$ où x est l'heure considérée $(5 \leq x \leq 20)$

1) Vérifier que la fonction F définie sur R par $F(x) = 2500e^{0,002x}$ est une primitive de la fonction f sur R

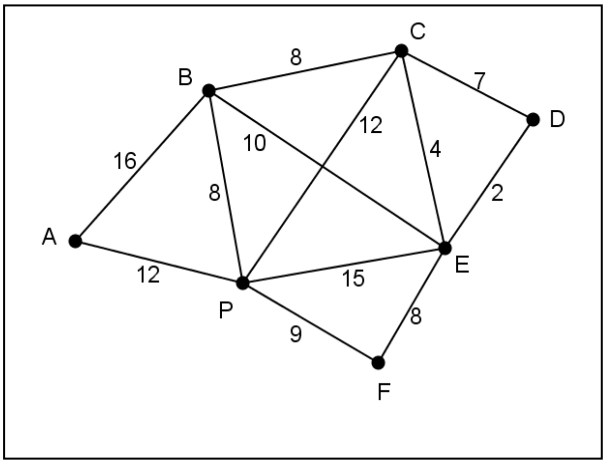
2) Le volume V d'eau débité par cette pompe entre 5 et 20 heures est à $\int_5^{20} f(x)dx$

Vérifier que V est environ $76,9m^3$

3) Montrer que le débit moyen de cette pompe entre 5 et 20 heures est environ $5,13m^3.h^{-1}$

EXERCICE N ° 4 : *(07 points)*

Le graphe G ci – dessous indique, sans respecter d'échelle, les parcours possibles entre les sept bâtiments d'une usine.



Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont indiqué sur chaque arête et indépendamment du sens du parcours.

1) Préciser le degré de chacun des sommets de G dans un tableau

2) Montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une et une seule fois par tous les chemins de cette usine. Donner un exemple de trajet.

3) L'agent de sécurité peut – il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? justifier la réponse.

4) Tous les matins, l'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D.

Déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que le temps de parcours soit le plus court possible, et donner ce temps de parcours. (en utilisant l'algorithme de Dijkstra Moore)

5) **a)** Donner un sous graphe complet de G et donner son ordre

b) Donner un encadrement du $\gamma(G)$ le nombre chromatique de G

c) Colorier alors le graphe G

6) **a)** Compléter le tableau suivant par la distance entre les sommets

Distance	A	B	C	D	E	F	P
A	0						
B		0					
C			0				
D				0			
E					0		
F						0	
P							0

b) En déduire le diamètre du graphe G