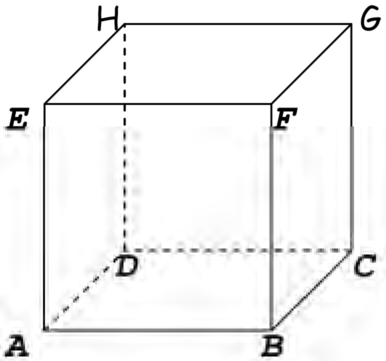
EXERCICE : 1 cocher la réponse correcte



soit ABCDEFGH un cube d'arête de longueur 1

1) $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} =$ a) $\vec{0}$ b) $\overrightarrow{AE}$ c) $\sqrt{2}\overrightarrow{AE}$

2) $\overrightarrow{AC} . \overrightarrow{AH} =$ a) 0 b) 1 c) $\sqrt{3}$

3) la distance du point A à la droite (BD) est

a) 1 b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{2}$

4) L'aire du triangle ABG est

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{3}$

5) Le volume du tétraèdre ABDH est

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$

6) on munit l'espace du repère orthonormé direct $\mathcal{R}(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$
Une équation du plan (BDF) est : a) $x + y - 1 = 0$ b) $x - y - 1 = 0$ c) $x - z - 1 = 0$

7) $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}$ est égal à a) $\overrightarrow{BF}$ b) $\overrightarrow{EA}$ c) $\overrightarrow{BD}$

8) $\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BF}$ est a) directeur de (ABF) b) normal à (ABF) c) colinéaire à (AG)

9)soit A et B deux points distincts alors l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} . (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}) = 0$ est

a)une droite b) une sphère c) un plan

10) soit A et B deux points distincts alors l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AB} = 0$ est

a)une droite b) une sphère c) un plan

11)le projeté orthogonal du point B (1,6,0) sur le plan $\mathscr{P}$ d'équation :- x + 3 y – z + 5 = 0 est

a)B_1 (- 1, - 2,0) b) B_2 (0,0,5) c) B_3 (3 , 0 , 2)

12)soit A(1,0,0) ,B(0,1,0) et M(x,y,z) alors d²(M ,(AB)) est égale à

a) $(x - y - 1)^2 + 2z^2$ b) $\frac{(x-y-1)^2 + 2z^2}{2}$ c) $\frac{(x-y-1)^2 + 2z^2}{4}$

13) $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace, on considère les points A(1,2,2) B(2,4,3)
a) il existe un plan contenant (AB) et l'axe (ox)
b) il existe un plan contenant (AB) et l'axe (oy)
c) il existe un plan contenant (AB) et l'axe (oz)

14) $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace, A et B étant deux points distincts de l'espace

L'ensemble des points M de l'espace tels que MA = MB est

a) l'ensemble vide b) un plan c) une sphère

15) l'ensemble des points M de l'espace tels que : $x - y + 2z - 1 = 0$ et $-2x + 4y - 4z + 1 = 0$ est

a) l'ensemble vide b) une droite c) un plan

16) la droite de représentation paramétrique $x = -4t$; $y = 1 + 3t$; $z = 2 + 2t$ et le plan $\mathcal{P}$ d'équation : $x - 2y + 5z - 1 = 0$ sont

a) orthogonaux b) parallèles c) ni orthogonaux ni parallèles

17) on donne le point A(1,- 2,0) le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x + y - 3z + 4 = 0$

Une représentation paramétrique de la droite passant par A et perpendiculaire à $\mathcal{P}$ est

a) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -3 \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ b) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ c) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$

18) les droites de représentations respectives $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ et $\begin{cases} x = 3 - 2\alpha \\ y = 7 - 4\alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ sont

a) parallèles b) sécantes c) non coplanaires

19) on donne le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2x + y - z = 0$ et la droite D passant par le point A(1,1,1) et de vecteur directeur $\vec{u}$ (1, - 4, - 2) alors la droite D est

a) parallèle au plan $\mathcal{P}$ b) orthogonale au plan $\mathcal{P}$ c) sécante avec le plan $\mathcal{P}$

20) on *désigne par* E l'ensemble des points M(x,y,z) tels que $x + y + z = 4$ et $2x - z = 1$ alors E est : a) un point b) une droite c) un plan

21) ABCD est un tétraèdre quelconque, soit P le plan passant par D et orthogonal à (BC)

a) le plan P contient toujours le point D

b) le plan P contient toujours la hauteur (AH) du triangle ABC

c) le plan P est toujours le plan médiateur du segment [BC]

22) l'espace est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,on donne les points A(1,2,- 1) B (0,1,1) et C(1,0,-,1) ,l'aire du triangle ABC est : a) $2\sqrt{5}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

23) si A,B,C sont trois points distincts alors $(\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{AC}).\overrightarrow{BC} =$

a) 0 b) BC c) BC²

24) l'espace est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les vecteurs

$\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, *le vecteur* $\vec{u} \wedge \vec{v}$ *a pour composantes*

a) $\begin{pmatrix} -13 \\ 11 \\ 10 \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} 13 \\ 11 \\ -10 \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} 13 \\ -11 \\ 7 \end{pmatrix}$

25) l'espace est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,soit S la sphère de centre I(1,1,1) et de rayon 1 , $\mathcal{P}$ le plan d'équation : $x + y - z + 2 = 0$ alors

a) $S \cap \mathcal{P}$ est un point b) $S \cap \mathcal{P}$ est le vide c) $S \cap \mathcal{P}$ un cercle

26) l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct on donne trois points non alignés ABC

$\boxed{A}$ L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AM} = \vec{0}$ est

a) Le plan perpendiculaire à (AB) passant par A b) la droite (AB) c) $\{A ; B\}$

$\boxed{B}$ L'ensemble des points M de l'espace tels que ($\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$) . $\overrightarrow{AM}$ = 0 est

a) Le plan (ABC) b) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ c) la droite (AB)

$\boxed{C}$ L'ensemble des points M de l'espace tels que ($\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$) $\wedge$ $\overrightarrow{AM} = \vec{0}$ est

a)le plan (ABC) b) la droite passant par A et perpendiculaire au plan (ABC) c) la droite (AB)

EXERCICE : 2

Cocher la réponse correcte

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

on donne la droite Δ $\begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = -2 + \alpha \\ z = 3 - \alpha \end{cases}$ $\alpha \in \mathbb{R}$ et le plan P : 3 x – 2 y + z – 1 = 0

1) si M ∈ P alors M est le point
 a) A(1,1,-,1) b) B(1,1,0) c) C(0,1,1)

2) si N ∈ Δ alors N est le point
 a) A(2,1,-,1) b) B(3,- 1,2) c) C(1,- 2,- 3)

3) si $\vec{u}$ est un vecteur directeur de Δ alors

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\2\\3\end{pmatrix}$

4)) si $\vec{u}$ est un vecteur normal de P

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\\-1\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\-4\\2\end{pmatrix}$

5) a) Δ est sécante à P b) Δ est normale à P c) Δ est strictement parallèle à P

6) si le plan Q est parallèle à P alors Q a pour équation
 a) 3x – 2 y – z + 1 = 0 b) 6x – 4 y + 2 z + 1 = 0 c) 9x +6 y +3 z + 3 = 0

7) si R est perpendiculaire à P alors R a pour équation
 a) x + y – z + 1 = 0 b) 6x - 4y +2 z + 1 = 0 c) x - y –4 z + 1 = 0

8) la distance du point I(0,1,0) au plan P est

a) $\frac{\sqrt{14}}{14}$ b) $\frac{3\sqrt{14}}{14}$ c) 3

EXERCICE : 3

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
on donne les points A(3,2,- 1),B(- 6,1,1),C(4,- 3,3)et D(- 1,- 5,- 1)

1/a) calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD}$
 b) déterminer une équation cartésienne du plan P contenant B, C et D
2) vérifier que le point A n'appartient pas à P et calculer le volume du tétraèdre ABCD
3) calculer l'aire du triangle ABC

4)soit Q l'ensemble des points M de l'espace tels que ($\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}$). $\overrightarrow{AM} = 0$
 a) caractériser le plan Q
 b) calculer la distance du point D au plan Q
 c) préciser l'intersection de P et Q

EXERCICE : 4

l'espace est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

soit S la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 1 = 0$ et le plan P : $x + y - 2z + 7 = 0$

1) déterminer le centre I et le rayon R de S

2) montrer que P coupe S suivant un cercle $\mathcal{C}$ dont on précisera le centre H et le rayon r

3) soit A(1,0,4)

a) vérifier que A est un point commun à P et à S

b) déterminer une équation du plan Q tangent à S en A

c) en déduire une représentation paramétrique de la droite Δ tangente au cercle $\mathcal{C}$ au point A

EXERCICE : 5

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne les points

A(3,- 1,4) B(4,- 2,2),C(6,- 1,0) H(0,- 4,6) et E(-6,- 1,$\frac{3}{2}$)

1/a) montrer que les points A, B, C et H sont coplanaires

b) calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et vérifier que les vecteurs $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{HE}$ sont colinéaires

c) en déduire que H est le projeté orthogonal de E sur le plan (ABC)

2) soit le point D tel que ABCD soit un parallélogramme

a) sans calculer les coordonnées du point D, montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) calculer le volume du pyramide EABCD

3/a) écrire une représentation paramétrique de la droite (AB)

b) déterminer les coordonnées du point M de (AB) tel que $\overrightarrow{CM} \wedge \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{EH}$

EXERCICE : 6

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

on donne les points A(1,- 1,1) B(1,0,0) C(- 1,0,1) et D(1,- 1,0)

1/a) déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) en déduire que les points A,B et C déterminent un plan P puis en donner une équation

2/a)calculer l'aire du triangle ABC

b) calculer la distance du point D au plan P

c) en déduire le volume du tétraèdre ABCD

3)soit (S) l'ensemble des points M(x,y,z) tels que $x^2 + y^2 + z^2 + y - z - 1 = 0$

a) montrer que la sphère a pour centre I(0, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$) et pour rayon $\frac{\sqrt{6}}{2}$

b) vérifier que (S) est la sphère circonscrit au tétraèdre ABCD

c) déterminer une équation du plan Q tangent à la sphère (S) au point D

EXERCICE : 7

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$,soit A(1,4,- 2) et B(5,1,-,1)

1) écrire une équation du plan médiateur du segment [AB]

2) soit $m \in \mathbb{R}$ et $S_m : x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y + mz = 0$

a) montrer que $\forall m \in \mathbb{R}$, S_m est une sphère

b) montrer que toutes les sphères S_m contiennent un cercle $\mathcal{C}$

c) quel est l'ensemble des centres des sphères lorsque m varie

3/a) trouver une équation du plan P_m tangent à la sphère S_m au point O

b) déterminer m pour que P_m soit perpendiculaire à Q : $4x - 3y + z - 3 = 0$

c) étudier dans ce cas $Q \cap S_m$