

EXERCICE N1 : (6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . Soit $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$

- 1/ a. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $(E_1) : z^2 - 2z + 2 = 0$. Ecrire les solutions sous forme exponentielle.
b. En déduire les solutions de l'équation $(E_2) : z^6 - 2z^3 + 2 = 0$
- 2/ Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $(E_\theta) : z^2 - 2z + 1 + e^{2i\theta} = 0$. Ecrire les solutions sous forme exponentielle.
- 3/ On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1 + ie^{i\theta}$, $z_B = 1 - ie^{i\theta}$ et $z_C = 2$
 - a. Déterminer l'ensemble E_A décrit par le point A lorsque $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$. Calculer l'affixe du milieu I du segment $[AB]$.
 - b. Déduire l'ensemble E_B décrit par le point B lorsque θ varie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$.
 - c. Montrer que $OACB$ est un parallélogramme.
 - d. Donner une mesure de l'angle orienté (\vec{OA}, \vec{OB}) puis déterminer θ pour que $OACB$ soit un carré.

EXERCICE N2 : (6 points)

- 1/ Soit f la fonction définie sur $]0, 2[$ par : $f(0) = 0$ et $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-x^2}}$ si $x \in]0, 2[$.
 - a. Montrer que f est continue en 0 puis étudier la dérivabilité de f à droite en 0.
 - b. Montrer que f est dérivable sur $]0, 2[$ et que $f'(x) = \frac{x}{(\sqrt{2x-x^2})^3}$.
 - c. Montrer que f réalise une bijection de $]0, 2[$ sur \mathbb{R}_+ .
- 2/ Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}_+, f^{-1}(x) = \frac{2x^2}{1+x^2}$, puis construire C_f de f et $C_{f^{-1}}$ de f^{-1} dans un R.O.N (O, \vec{i}, \vec{j}) .

EXERCICE N3 : (8 points)

A l'aide du graphique : (voir page 2)

- 1/ Déterminer en fonction de $f(x) : f(-12-x), \forall x \in [-7, -5]$ et $f(-5-x), \forall x \in [-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}]$.
- 2/ a. Donner, en justifiant, le domaine de continuité puis le domaine de dérivabilité de f .
b. Etudier les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} \left[\frac{f(x)-2}{x+4} \right], \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{f(x)}{x} \right]$ et $\lim_{x \rightarrow (-\frac{5}{2})} \left[\frac{2f(x)+6}{2x+5} \right]$.
c. Montrer qu'il existe un réel $c \in]-5, -4[$ tel que $f'(c) = 6$.
- 3/ a. Montrer que les restrictions $f_1 = f|_{]-\infty, -7]}$ et $f_2 = f|_{]2, +\infty[}$ sont bijectives. Dresser les tableaux de variation de f_1^{-1} et f_2^{-1} .
b. Etudier les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{f_1^{-1}(x)}{x} \right], \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{f_1^{-1}(x)+7}{x-2} \right]$ et $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{f_2^{-1}(x)-2}{x-2} \right]$.
- 4/ a. Montrer que $h = f|_{]-1, 2]}$ est bijective. Déterminer le domaine de dérivabilité de h^{-1} .
b. Construire (C_h) et $(C_{h^{-1}})$ dans un même repère orthonormé.
- 5/ Montrer que f est une primitive d'une fonction g sur $[-\frac{7}{2}, -1]$ et donner le signe de $g(x)$.
- 6/a. Montrer que f admet des primitives sur $[-7, -5]$. Soit F la primitive de f sur $[-7, -5]$ égale (-3) en (-6) .
b. Déterminer $F'(-7), F'(-6), F'(-5)$ et $F''(-6)$.
c. Donner les variations de $G : x \mapsto F(x) - \frac{x^2}{4} - 2x$ sur $[-7, -5]$ puis déduire le signe de $G(x)$.

Bon Travail

