

3(M+S)Produit scalaire

EX1 : montrer que

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA} = 0 \text{ et } 2 \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = AB^2 + DC^2 - DA^2 - BC^2$$

EX2 : ABC un triangle équilatéral ; E et F 2 points tel que ; $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et AB = a

- 1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF}$
- 2) Calculer EF en fonction de a
- 3) Déterminer les ensembles suivant :
 $H = \{M \in P \text{ telque } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = a^2 \}$
 $K = \{M \in P \text{ telque } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = a\}$

EX3 : ABC un triangle , $c' = A*B$, $B'=A*C$, $(BB') \cap (cc') = \{I\}$

On suppose que $AB^2 + AC^2 = 5BC^2$

Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2BC^2$ puis $\overrightarrow{CC'} \cdot \overrightarrow{BB'} = 0$

EX4 : ABC un triangle tel que AB = 4, AC = 6 et BC = 8 déterminer :

- $E = \{M \in P \text{ telque } MA^2 + 2MB^2 = 40\}$; $F = \{M \in P \text{ telque } MA^2 + 2MB^2 = 30\}$
 $G = \{M \in P \text{ telque } MA^2 - 2MB^2 = 10\}$; $H = \{M \in P \text{ telque } MA = 2MB\}$
 $K = \{M \in P \text{ telque } MA^2 - 2MB^2 = 20\}$; $L = \{M \in P \text{ telque } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 5\}$
 $T = \{M \in P \text{ telque } MA^2 + MB^2 - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 1\}$; $S = \{M \in P \text{ telque } MA^2 + MB^2 - 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 26\}$

EX5 : ABCD un rectangle tel que AB = 2 et BC = 1 ; J le point de [CD] tel que $CJ = \frac{1}{2}$; (BJ) coupe (AC) en I et (AD) en K

- 1) Vérifier que $AC = \sqrt{5}$
- 2) Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CJ}$
- 3) En déduire que $(BJ) \perp (AC)$
- 4) a) Calculer BJ et montrer que $BI = \frac{2}{\sqrt{5}}$
 b) Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BJ}$ et montrer que $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 4$
- 5) Déterminer les ensembles suivants: $E = \{M \in P / MA^2 + MB^2 = 6\}$; $F = \{M \in P / 3MA^2 + MK^2 = 16\}$

EX6 : ABCD un pg de centre O tel que AB = 3 et AD = 2 et $\angle BAD = \pi/3$

- 1) Calculer BD
- 2) Montrer que : $2(AB^2 + AD^2) = BD^2 + AC^2$
- 3) En déduire AC
- 4) Montrer que pour tout point M du plan : $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MO^2 + 13$
- 5) En déduire l'ensemble des points M tel que $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 17$