

3M série1(limite et continuité)

Exercice1 Soit $f(x) = \begin{cases} x^2 \sqrt{-x} + 2x - 1 & \text{si } x \in]-\infty, 0[\\ \frac{(m+1)x^3 - 3x + m^2}{x-1} & \text{si } x \in [0, 1[\\ \sqrt{x^2 - 1} + 4 - x & \text{si } x \in [1, +\infty[\end{cases}$

- 1) Montrer que $D_f = \mathbb{R}$.
- 2) Déterminer m pour que f soit continue en 0.
- 3) $m \in \{-2, 1\}$
 - a) Étudier la limite de f à gauche de -1.
 - b) Étudier la continuité de f en 1.
 - c) f est-elle continue sur \mathbb{R} ?

Exercice 2 Soit $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x-1} + 3 + a & \text{si } x \in]-\infty, -1[\\ \frac{2x^3 + 5x^2 - 2x - 5}{x-1} & \text{si } x \in [-1, 1[\\ \frac{x^2 + 7x + 6}{x+1} & \text{si } x \in [1, +\infty[\end{cases}$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Étudier suivant a la continuité de f en -1.
- 3) Pour $a=0$; Étudier la continuité de f sur \mathbb{R} .

Exercice3

Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1} & \text{si } x > 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

- 1) Montrer que f est continue sur $[0, +\infty[$.
- 2) Montrer que f est croissante sur $[0, +\infty[$.
- 3) Déterminer $f([0, 2])$.
- 4) Montrer que f est bornée sur $[0, 2]$.

Exercice4

Soit $g(x) = \frac{x^{2n} - 2x^n + (n+1)x^2 - (2n+2)x + 2 + n}{(x-1)^2}$; n un entier non nul

- 1) Vérifier que $x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + 1)$.
- 2) Simplifier alors g .
- 3) Montrer que g admet un prolongement par continuité en 1