SERIE DE MATHEMATIQUES

CLASSE :DEUXIEME SECONDAIRE

SECTIONS : SCIENCES ET INFORMATIQUE

THEME : BARYCENTRE

PROF : BELLASSOUED MOHAMED

Exercice 1

Soit ABC un triangle. On considère :

* le barycentre I de (A ; 2) et (C ; 1) ;
* le barycentre J de (A ; 1) et (B ; 2) ;
* le barycentre K de (C ; 1) et (B ; – 4).

1. Montrer que B est le barycentre de (K ; 3) et (C ; 1).

2. En déduire le barycentre de (A ; 2), (K ; 3) et (C ; 1) ;

3. Montrer que J est le milieu de [IK].

Exercice 2

Soit ABCD un parallélogramme. On appelle E le barycentre de (A, 2) et (B, 1), F celui de (B, 2) et (C, 1), G celui de (C, 2) et (D, 1) et H celui de (D, 2) et (A, 1).

Faire une figure et montrer que EFGH est un parallélogramme.

Exercice 3

$ABCD$ est un quadrilatère convexe. I est le milieu de $[AC]$, J le milieu de $[BD]$, K est le barycentre de $(A, 1)$ et $(B, 2)$ et L celui de $(C, 1)$ et $(D, 2)$. M est le milieu de $[LK]$.

1. Montrez que le point M est barycentre des points pondérés $(A, 1)$; $(B, 2)$; $(C, 1)$; $(D, 2)$.

2. Montrez que $\overrightarrow{MI} = -2\overrightarrow{MJ}$ et conclure.

Exercice 4

ABC est un triangle de centre de gravité G (isobarycentre de A, B, C). On appelle I le milieu de $[BC]$.
La parallèle à (BC) menée par G coupe (AC) en E.

1. Faire la figure et construire le point D défini par $\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{AB}$.

2. Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Trouver les coefficients a et b tels que E soit le barycentre de (A, a) ; (C, b) .

3. Montrer que B est le barycentre de $(A, 1)$; $(D, 1)$.

4. Montrer que I est le barycentre de $(A, 1)$, $(D, 1)$ et $(C, 2)$. En déduire que les points I, D et E sont alignés. Préciser la position de I sur $[DE]$.

Exercice 5

Dans un triangle ABC, soit E le point défini par $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et soit A' le milieu de [BC].

1. Exprimer le point E comme barycentre des points A et B.

2. Exprimer le point A' comme barycentre des points B et C.

3. On considère le point I barycentre de (A, 2), (B, 1) et (C, 1).

a. Montrer que I est le milieu de [AA'].

b. Montrer que les points I, E et C sont alignés.

Exercice 6

ABC est un triangle, O est le milieu de $[BC]$, J celui de $[AC]$, I est le point tel que $3\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}$ et K le point tel que $3\overrightarrow{KI} = -2\overrightarrow{KJ}$.

Le but de cet exercice est de démontrer que les points A, K et O sont alignés.

1. Exprimer I comme barycentre de A et B ; exprimer J comme barycentre de A et C puis exprimer K comme barycentre de I et J.

2. Construire les points O , I, J et K.

3. Montrer que les points A, K et O sont alignés.

Exercice 7

Soit ABC un triangle, I le barycentre de $(B, 1)$, $(C, 2)$, J celui de $(A , -3)$, $(C, 2)$ et K celui de $(B, 1)$, $(A, -3)$.
Démontrer que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont parallèles

www.devoir@t.net © 2010

Exercice 8

ABC est un triangle.

1. Construire le barycentre G de $(A, 1)$; $(B, 2)$ et $(C, 3)$

M étant un point quelconque du plan, exprimer $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\|$ en fonction de MG.

2. Construire le barycentre K de $(A, 8)$; $(B, -1)$ et $(C, -1)$;

M étant un point quelconque du plan, exprimer $\|8\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$ en fonction de MK.

3. Quel est l'ensemble des points M tels que $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\| = \|8\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$ Le construire.

4. .Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\|$. Vérifier que C appartient à Γ. Déterminer et construire Γ.

Exercice 9

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 3$ et $BC = 4$.

1. Déterminez les coefficients α, β, γ tels que D soit le barycentre du système (A, α) ; $(B ; \beta)$ et $(C ; \gamma)$.

2. Déterminez l'ensemble des points M tels que $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=5$.

Exercice 10

A, B et C sont trois points non alignés tels que $AB = AC = 5$ et $BC = 4$. I est le milieu de $[BC]$.

J est défini par $\overrightarrow{BJ}=-2\overrightarrow{BC}$.

G est le barycentre de $(A ; 1)$, $(B ; 3)$ et $(C ; -2)$.

1. Exprimer le point J comme barycentre des points B et C.

2. a. Montrer que G est le barycentre des points A et J.

b. En déduire la position de G sur le segment $[AJ]$.

3. a. Exprimer, pour tout point M du plan, le vecteur $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$.

b. Exprimer alors en fonction d'une seule distance la norme $\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|$.

c. Déterminer l'ensemble Γ des points M tels que : $\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$.

d. Tracer l'ensemble Γ.

4. a. Déterminer l'ensemble Δ des points M tels que : $(3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC})\perp\overrightarrow{MA}$.

b. Justifier que le point I appartient à l'ensemble Δ puis tracer l'ensemble Δ.

Exercice 11

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 8$ cm. On appelle I le milieu de $[AB]$.

1. a. Construire le barycentre G des points $(A, 5)$ et $(B, 3)$.

b. Déterminer l'ensemble (E) des points du plan tels que $\|5\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|=16$. Tracer cet ensemble (E).

2. a. Construire le barycentre H des points $(A, 5)$ et $(B, -3)$.

b. Déterminer l'ensemble Γ des points du plan tels que $\left(5\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)$ est $\left(5\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right)$ sont orthogonaux

Exercice 12

ABC est un triangle du plan tel que $AB=10\ cm$, $BC=12\ cm$ et $AC=14\ cm$ et I, J et K sont tels que :

$\overrightarrow{AI}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AK}=\frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$. On note L le milieu de $[AB]$.

1. Faire un schéma et construire I, J, K et L.

2. Exprimer : **a)** I comme barycentre de A et B ; **b)** J comme barycentre de C et B ; **c)** K comme barycentre de C et A

3. En utilisant H le barycentre de $\{(A;\alpha),(B;\beta),(C;\gamma)\}$ où α, β et γ sont des réels que vous choisirez convenablement, montrer que les droites (AJ), (BK) et (CI) sont concourantes.

© 2010 www.devoir@t.net