

LYCEE ABOULOUBABA GABES	DEVOIR DE CONTROLE	Mr : S-SOLA
Mardi 9-11-2010	N° :1	3sc2
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DUREE : 2h	COEFFICIENT : 3

NB : +Le sujet comporte 2 pages.

+ L'usage de correcteur est interdit.

+ La présentation est appréciée.

EXERCICE N°1 : (5 pts)

A) Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Si f est une fonction continue sur $[1, 4]$ telle que $f(1) = -1$ et $f(4) = 2$ alors l'équation $f(x) = 0$

- a. n'admet pas de solutions dans $[1, 4]$ b. admet une seule solution dans $[1, 4]$
c. admet au moins une solution dans $[1, 4]$

2) La fonction f définie sur $[-1, 1]$ par $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{1 + x^2}$ si $x \neq 1$ et $f(1) = 2$.

- a. est paire b. est impaire c. n'est ni paire ni impaire

3) Si f et g sont continues sur \mathbb{R} et $f(1) = 5$ et $g(1) = 4$ Alors $\lim_{x \rightarrow 1} fg(x) =$

- a. 9 b. 1 c. 20

4) Soit \vec{U} et \vec{V} deux vecteurs tels que : $(\vec{U} - \vec{V}) \perp (\vec{U} + \vec{V})$. On a :

- a. $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ b. $\vec{U} = \vec{V}$ c. $\vec{U} \perp \vec{V}$

5) On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 5$ et $AC = 4$.

Le réel $\vec{CA} \cdot \vec{CA}$ est égal à :

- a. 20 b. 16 c. 25

B) Répondre par vrai ou faux sans justification.

1) Si f admet une limite en a alors $|f|$ admet une limite en a .

2) Si f n'admet pas de limite en a alors f n'est pas continue en a .

3) Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$ alors $\vec{v} = \vec{w}$

4) Pour que $\vec{U} \cdot \vec{V} = xx' + yy'$ il faut que \vec{U} et \vec{V} soient de composantes (x, y) et (x', y') dans une base orthonormée.

5) Si les vecteurs \vec{U} et \vec{w} sont orthogonaux et les vecteurs \vec{w} et \vec{v} sont orthogonaux alors les vecteurs \vec{U} et \vec{v} sont orthogonaux

EXERCICE 2: (4.5 pts)

On considère la fonction f définie par $(x-1)\sqrt{x} - 1$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Justifier que f est continue sur l'intervalle $[0, +\infty[$
- 3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[\frac{3}{2}, 2]$ au moins une solution α .
b) vérifier que $1,7 < \alpha < 1,9$
c) donner une valeur approchée par défaut à 10^{-1} près de α

EXERCICE N°3: (4.5pts)

1) Calculer les limites suivantes

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 1}{x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

2) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x - 1}$

a) Déterminer le domaine de définition de f .

b) i) Montrer que $\forall x \in D_f$ on a $f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + x + 2} + 2}$

ii) Déterminer alors $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

EXERCICE 4: (6 pts)

On considère dans le plan P deux points A et B tel que $AB = 4$

1) soit C un point de P vérifiant $AC = 3$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$

Vérifier que $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ puis construire C .

2) placer les points D et E définis par $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AC}$

a) calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$

b) En déduire le produit scalaire $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{BE}$

3) a) vérifier que E est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(C, -3)$.

b) montrer que pour tout point M du plan, on a : $3MC^2 - 2MA^2 = ME^2 - 54$.

c) Soit \mathcal{C} l'ensemble des points M du plan tel que $3MC^2 - 2MA^2 = -18$.

i) Vérifier que $C \in \mathcal{C}$.

ii) Déterminer et construire \mathcal{C}

BON TRAVAIL