Exercices

Exercice 1:

1) On appelle K le barycentre des points pondérés (A,2) et (B,3).

Démontrer que A est le barycentre de (B,-3) et (K,5), et que B est celui de (A,-2) et (K,5).

2) Généralisation

Si G désigne le barycentre de (A, α) et (B, β), avec $\alpha+\beta \neq 0$, $\alpha \neq 0$ et $\beta \neq 0$, alors

A est le barycentre de (G, $\alpha+\beta$) et (B,- β)

B est le barycentre de (G, $\alpha+\beta$) et (A,- α)

Démontrer ce résultat.

Exercice 2:

Soit ABC un triangle, D la barycentre de (A,1)(B,2)(C,3), E le barycentre de (A,2)(B,3)(C,1) et F le barycentre de (A,3)(B,1)(C,2).
Montrer que le centre de gravité du triangle ABC est aussi le centre de gravité du triangle DEF.

Exercice 3 :

A et B sont deux points distincts.
On considère C le barycentre de (A,2)(B,3) et D le barycentre de (A,3)(B,2).

1/Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que $\|2\overrightarrow{MA} + 3\ \overrightarrow{MB}\| = 10$

2/Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que $\|2\overrightarrow{MA} + 3\ \overrightarrow{MB}\| = \|3\overrightarrow{MA} + 2\ \overrightarrow{MB}\|$

Exercice 4 :

Soit ABC un triangle.

a) Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{BC}$

b) Déterminer la nature de l'ensemble des points M tels que

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$$

Exercice 5 :

A, B, C et D sont quatre points distincts.
On note K le barycentre de (A,3) (B,1), J le milieu de [DC], G le centre de gravité de BCD et I le milieu de [AG].
Montrer que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 6 :

Soit ABCD un parallélogramme de centre O, G le barycentre de (A,2) (B,1) et H le barycentre de (C,2) (D,1).

a)faire une figure

b) Montrer que les droites (AC), (BD) et (GH) sont concourantes.

c) Soit E le barycentre de (G,3)(D,1). Montrer que E est le milieu de [AO].

Exercice7 :

On donne deux points distinctes A et B et le point G défini par : $2\overrightarrow{AG} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

1/Montrer que G est le barycentre des points A et B affectés de coefficients que l'on précisera

2/a-Montrer que pour tout point M du plan P on a : $5\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{GM}$

b-Déterminer l'ensemble des points M tels que $\|5\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM}\| = 2$