DEVOIR DE CONTROLE DE MATHEMATIQUES N°2
CLASSE :QUATRIEME SECONDAIRE
SECTION : ECONOMIE ET GESTION
DUREE : 2 HEURES

LYCEE D'INDEPENDANCE
OUED ELLIL
ANNEE SCOLAIRE :2009-2010
PROF : BELLASSOUED MOHAMED

EXERCICE 1/3points

Répondre par vrai ou faux a chacune des propositions suivantes :

1- $\ln 2+\ln 3=\ln 6$

2- $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-\ln x)=+\infty$

3- $f:x\mapsto x\ln x-x$ définie sur $]0,+\infty[$ est dérivable sur cet intervalle et $f'(x)=\ln x$

4- $\dfrac{e^{2\ln 3}}{e^{3\ln 2}}=\dfrac{9}{8}$

5- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{e^x}=+\infty$

6- une primitive sur $\mathbb{R}$ de $g(x)=\dfrac{e^x}{e^x+2}$ est $G(x)=\ln\left(e^x+2\right)$

EXERCICE 2/7points

On considère le graphe G_1 suivant (figure1)

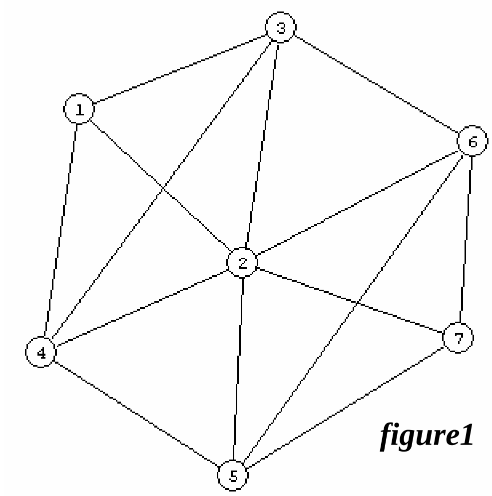

figure1

1- **a-**vérifier que G_1 est connexe et non complet

b- recopier et compléter le tableau suivant

sommet	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
degré							

c- montrer que G_1 admet un chaîne eulérienne

d- écrire cette chaîne eulérienne

2- **a-** donner un sous graphe complet de G_1 d'ordre maximal

b- en déduire que le nombre chromatique de G_1 est $\gamma(G_1)=4$

c- recopier et compléter le tableau suivant

sommet	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
degré							

3- donner la matrice A associée au graphe G_1

4- soit le graphe orienté G_2 comme l'indique la figure 2 suivante
le graphe G_2 orienté admet t-il un cycle orienté eulérien .
justifier ta réponse.

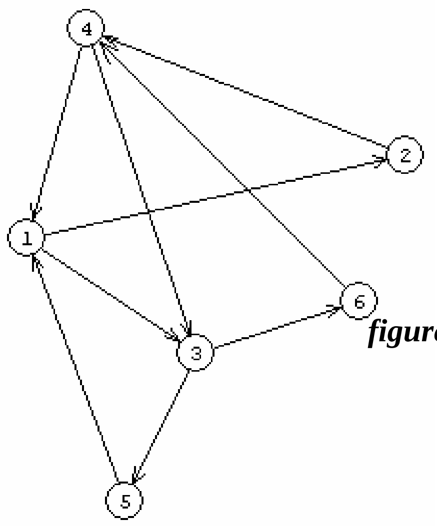

figure2

EXERCICE 3/10points

Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=2x^2+1-\ln x$

1- vérifier que $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$

2- **a-** montrer que pour $x\in]0,+\infty[$ $g'(x)=\dfrac{(2x-1)(2x+1)}{x}$

b- dresser le tableau de variations de g et calculer $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$

c-en déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$ on a : $g(x)\succ 0$

3- on considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=2x+1+\dfrac{\ln x}{x}$

(C_f) désigne la courbe représentative de f

a- calculer les limites de f en 0^+ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement les résultats.

b- montrer que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

c- dresser le tableau de variations de f

4- **a-** montrer que f est une bijection de $]0,+\infty[$ sur $\mathbb{R}$

b- en déduire que l'équation f(x)=0 admet une unique solution x_0 tel que $0{,}4\prec x_0\prec 0{,}5$

5- **a-**montrer que la droite Δ d'équation $y=2x+1$ est une asymptote a (C_f) au voisinage de $+\infty$ puis étudier la position relative de (C_f) par rapport à Δ.

6- tracer dans un même repère la droite Δ, et les deux courbes (C_f) et $\left(C_{f^{-1}}\right)$

7- soit h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x)=(\ln x)^2$

a- calculer h'(x) pour tout x de $]0,+\infty[$

b- en déduire une primitive F de la fonction f sur $]0,+\infty[$