LYCÉE SECONDAIRE GHZALA	***Devoir de contole n°1*** 4 SC$_1$
	MATHEMATIQUES
Mr :*WALID Jebali*	*Durée* :2heures

QCM :(3points)

Une seule réponse est exacte

Cocher la bonne réponse *sans justification*

1) La forme algébrique de $\frac{2+6i}{1+i}$ est : a) $4+2i$ b) $6+2i$ c) $4-2i$

2) La forme exponentielle de $(-1-i\sqrt{3})$ est :

a) $2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ b) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ c) $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$

3) l'ensemble des points M d'affixes z tels que : $|z-1+i| = \left|e^{i\frac{\pi}{6}}z+2-3i\right|$ est :

a) un cercle b) une demi droite c) une droite

4) Un argument de nombre complexe $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$ est : a) $\frac{\pi}{12}$ b) $\frac{5\pi}{12}$ c) $\frac{7\pi}{12}$

5) Si $U_n = \frac{2}{5} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \left(\frac{2}{5}\right)^n$ alors $\lim\limits_{n\to\infty} U_n =$ a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{2}{3}$

6) Soit un nombre complexe $z = 1 + e^{i\theta}$ tel que $\theta \in]\pi;2\pi[$. La forme exponentielle de z est :

a) $2\cos\theta\, e^{i\theta}$ b) $2\cos\frac{\theta}{2}\, e^{i\frac{\theta}{2}}$ c) $-2\cos\frac{\theta}{2}\, e^{i(\frac{\theta}{2}+\pi)}$

Exercice n°1 : (4 points)

Soit f une fonction continue et dérivable sur son domaine de définition, son tableau de variations est le suivant :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f(x)	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	7

1) Donner dans chaque cas le nombre de solutions de l'équation :
   f(x) = 0 , f(x) = 10 , f(x) = 5 et f(x) = -1

2) Déterminer en justifiant les réponses les limites suivantes :

$\lim_{x \to 0^+} f(\frac{1}{x})$, $\lim_{x \to +\infty} f(\frac{1}{x})$; $\lim_{x \to -\infty} f(\frac{x+1}{3-x})$ et $\lim_{x \to +\infty} f(1-x^2)$

Exercice n°2(5 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2-1} - 4 & si \quad x \in]-\infty,-1] \cup [1,+\infty[\\ f(x) = \dfrac{-2x^2+2}{x-1} & si \quad -1 < x < 1 \end{cases}$

1) a) Etudier la continuité à gauche en -1 et à droite en 1

b) Déterminer le domaine de continuité de f

2) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[1,+\infty[$

a) Montrer que h est strictement croissante sur $[1,+\infty[$

b) Déterminer $h\left([1,+\infty[\right)$

3) Montrer que l'équation h(x) = 0 admet une solution unique sur [4,5]

Exercice n°3(5 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ on considère les ponts A, B et C d'affixes respectives $z_A = i$, $z_B = i\sqrt{3}+1$ et $z_C = -1$

1) a) Donner le module et un argument de z_A et z_B

b) Ecrire z_A , z_B sous forme trigonométrique et exponentielle

2) Pour tout point M du plan d'affixes z $\neq$ i on associe le point M' d'affixes Z'= $\dfrac{iz+i}{z-i}$

Déterminer l'ensemble des points M (z) tel que Z' est réel

3) a) Montrer que $|z'| = \dfrac{CM}{AM}$

b) En déduire que lorsque M décrit la médiatrice du segment [AC] le point M' décrit un cercle que l'on déterminera

Exercice n°4 : (3 points)

Soit u la suite définie sur IN par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{4+3u_n}$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a ; $0 \leq u_n \leq 4$

b) Etudier la monotonie de u sur IN

c) En déduire que u est convergente et calculer sa limite l