- **Fonctions du type $x \mapsto ax^2$:**

<u>*Etude et représentation graphique de la fonction*</u> $x \mapsto x^2$:

Soit $f : x \mapsto x^2$.

- Quel est le domaine de définition de f ? ……………………………………………………………………
- Etudier la parité de f. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
  ……………………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………………
- Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$ et $[0, +\infty[$.
  ……………………………………………………………………………………………………
  ……………………………………………………………………………………………………
- Compléter chacun des tableaux suivants :

x	10^2	10^6	10^{12}	10^{14}
$f(x)$				

x	-10^2	-10^6	-10^{12}	-10^{14}
$f(x)$				

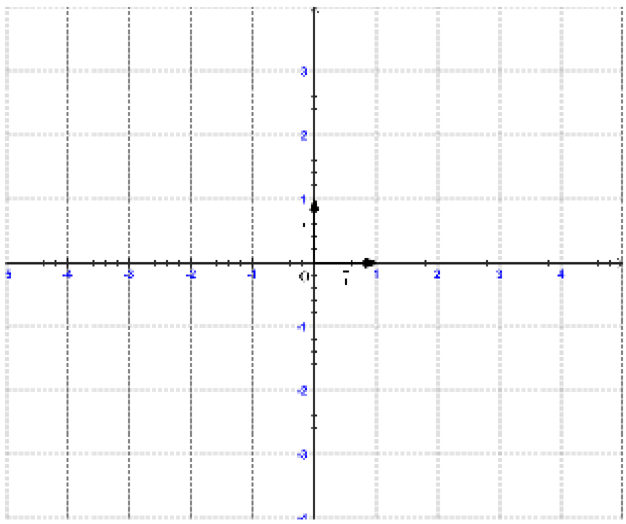
Que peut on conclure ?
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

- Dresser le tableau de variation de f.

- Compléter le tableau de valeurs suivant, puis tracer la courbe représentative de f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

x	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$				

……………………………………………..
……………………………………………..
……………………………………………..



- Soit $g : x \mapsto -x^2$.
  Tracer la courbe représentative de g dans le même repère, puis donner le tableau de variation de g.

<u>Activités 2, 3 et 4 page 50.</u>

Exercice n°1 :

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

1. Etudier la fonction f et tracer sa courbe représentative ζ dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
2. a) Construire sur le même graphique la droite D d'équation $y = \frac{1}{2}x + 3$

   b) Calculer les coordonnées des points d'intersection de ζ et la droite D .

   c) Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation : $x^2 - x \geq 6$
3. Soit A (0 , 2) et M un point de ζ d'abscisse α appartenant à [0 , 2].
   On désigne par H le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées et K le point tel que MHAK soit un rectangle.
   a) Calculer le périmètre du rectangle en fonction de α .
   b) Pour quelle valeur de α le périmètre est maximal.

Exercice n°2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{4}x^2$.

1. Etudier f et tracer sa courbe représentative ς dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.
2. a) Construire sur le même graphique la droite D d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

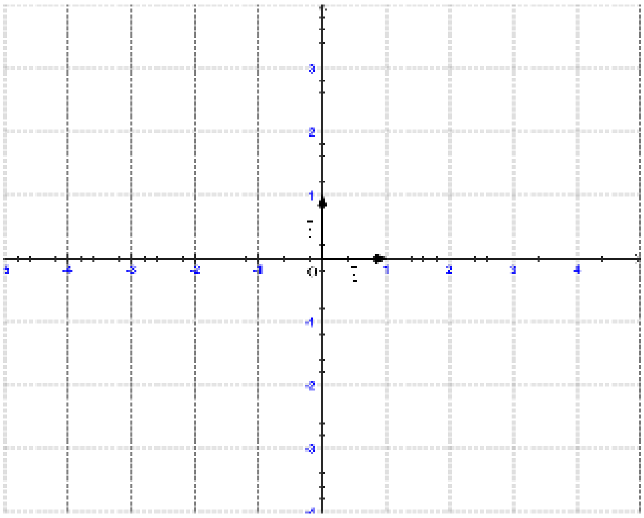
   b) Calculer les coordonnées des points d'intersection de ς et la droite D.

   a) Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation : $x^2 + 2x < 8$.
3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{1}{4}x|x|$.
   a) Ecrire l'expression de $g(x)$ sans valeur absolue.
   b) Tracer dans le même repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, la courbe représentative de g à partir de celle de f .
   c) Dresser alors le tableau de variation de g.
4. La droite Δ d'équation $y = 4$ coupe la courbe ς de f en deux points A et B.
   a) Calculer les coordonnées des points A et B.
   b) Calculer l'aire du triangle OAB.

- ***Exemples des fonctions du type*** $x \mapsto a\ (x+\alpha)^2$ **:**

1. Soit la fonction f définie sur IR par $f : x \mapsto -\dfrac{1}{2}x^2$.

Tracer ζ_f la courbe représentative de f dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan.



2. Soit g la fonction définie sur IR par $g : x \mapsto -\dfrac{1}{2}(x+1)^2$.

❖ Donner le domaine de définition de g : ……………………………………………………………..
❖ La fonction g est elle paire ? ……………………………………………………………………….
❖ Etudier les variations de g sur chacun des intervalles $\left]-\infty;-1\right]$ et $\left[-1;+\infty\right[$.

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………..

❖ Compléter chacun des tableaux suivants :

x	-101	-1001	-10001
$g(x)$			

x	99	999	9999
$g(x)$			

Que peut on conclure ?

……………………………………………………………………………………………………..

❖ Dresser le tableau de variations de g sur IR.

❖ Compléter le tableau de valeurs suivants, puis tracer ζ_g dans le même repère que ζ_f.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$									

3. Soit $M\left(x, f(x)\right) \in \zeta_f$ et $M'\left(x', y'\right)$ tel que : $M' = t_{-\vec{i}}(M)$.

❖ Exprimer x' et y' en fonction de x et y

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………..

- Vérifier que $y' = g(x')$.

………

………..

- Que peut on conclure ?

………..

4. On se propose de démontrer que $\Delta : x = -1$ est un axe de symétrie de ζ_g

- 1ère méthode :
  - Soit $M\left(x, g(x)\right) \in \zeta_g$ et $M'\left(x', y'\right)$ tel que : $M' = S_{\Delta}\left(M\right)$

    Exprimer x' et y' en fonction de x et y

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………
  - Vérifier que $y' = g(x')$.

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………
  - Que peut on conclure ?

    ……………………………………………………………………………………………………

- 2ème méthode :
  - $M\left(x, g(x)\right)_{\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)} \in \zeta_g$ et $M\left(X, Y\right)_{\left(S, \vec{i}, \vec{j}\right)}$ où $S\left(-1;0\right)$.

    Exprimer x et y en fonction de X et Y.

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………
  - Trouver une relation entre X et Y.

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………
  - En déduire la nature de ζ_g et ses éléments caractéristiques.

    ……………………………………………………………………………………………………

    ……………………………………………………………………………………………………

Exercice n°3 :

On considère la fonction

$f : IR \to IR \; ; \; x \mapsto \frac{1}{2}x^2$

1. Tracer ζ_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
2. Soit la fonction g définie sur IR par :

   $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$.

   a) Vérifier que pour tout $x \in IR$,

   $g(x) = \frac{1}{2}\left(x+2\right)^2$.

   b) Tracer ζ_g à partir de ζ_f dans le même repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.
3. Soit h la fonction définie sur IR par :

   $h : x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - 2|x| + 2$.

   a) Montrer que h est une fonction paire.

   b) Tracer ζ_h à partir de ζ_g.

   c) Déduire le tableau de variation de h.
4. Déterminer, graphiquement, l'ensemble des réels m, pour les quels l'équation $h(x) = m$ admet quatre solutions.

- ***Exemples des fonctions du type*** $x \mapsto ax^2 + bx + c$ **:**

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2$.

1. a) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty,2]$ et $[2,+\infty[$
………
………
………
………..
b) Tracer ζ_f, la courbe représentative de f dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

2. Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$
   a) Calculer $g(x) - f(x)$
   ………
   b) Montrer que ζ_g est l'image de ζ_f par une translation que l'on précisera
   ………
   c) Tracer alors ζ_g dans le même repère que ζ_f ; indiquer la nature de ζ_g et ses éléments caractéristiques
   ………
   ………
   d) En déduire le tableau de variations de g

   e) Soit $h : x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$. Tracer ζ_h dans le repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, puis dresser son tableau de variations

- ***Exemples des fonctions du type*** $x \mapsto \sqrt{ax+b}$ **:**

Etude et représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$:

- L'ensemble de définition de la fonction f est ………………………………………………………………..
- Sens de variation de f :

  ……
- Comportement de f au voisinage de $+\infty$:

x	10^2	10^6	10^{12}	10^{14}
$f(x)$				

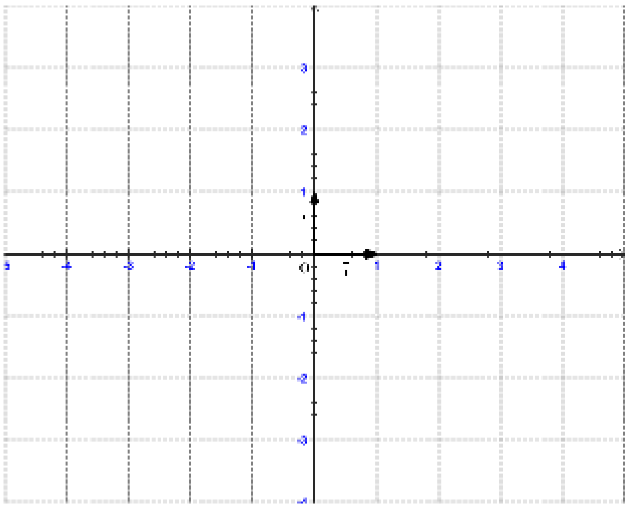
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ ………………………..

- Tableau de variation de f :

- Tableau de valeurs :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

- Représentation graphique :



- Tracer dans le même repère la courbe représentative de – f .
- Quelle est la nature et les éléments caractéristiques de $C_f \cup C_{-f}$?

  ……
- Remarque :

  Pour tout réel positif x, on a : $f(x^2) = \sqrt{x^2} =$ ………………….. Et $[f(x)]^2 = \sqrt{x}^2 =$ ……………………..

  On dit que $f : x \mapsto \sqrt{x}$ est la fonction réciproque de la fonction $x \mapsto x^2$ sur $[0, +\infty[$.

  Les deux courbes de ces deux fonctions sont symétriques par rapport à une droite du plan. La quelle ?

  ……

Exemples des fonctions du type $f : x \mapsto \sqrt{x+b}$:

Activité 19 page 56.

Commentaire :

La courbe représentative de f : $x \mapsto \sqrt{x+b}$ est l'image de celle de g : x $\mapsto$ $\sqrt{x}$ par la translation de vecteur - b $\vec{i}$.

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie par f(x) = $\sqrt{x}$ si x ≥ 0 et f(x) = - $\sqrt{-x}$ si x < 0 .

Etudier la parité de f, donner son tableau de variation et tracer sa courbe représentative.

Exercice n°5 :

Dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, ζ est la courbe représentative d'une fonction f .

On sait que f est du type : $x \mapsto \sqrt{x+a}$.

1. Déterminer a .
2. a) Tracer la droite $\Delta : y = \frac{1}{3}x + 2$.

b) Déterminer les coordonnées des points communs à ζ et Δ .

3. Résoudre graphiquement l'inéquation : $3\sqrt{x+4} < x+6$.