Devoir à la maison N°2

1er exercice :

Soit $P(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

1°) Montrer que 2 est une racine de $P(x)$

2°) Factoriser $P(x)$

3°) Déduire l'ensemble des solutions de $P(x) = 0$

4°) Résoudre l'inéquation $P(x) \geq 0$

2ème exercice :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $R = (O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 2x^2 - 2x + 1/2$.

1°) Montrer que : $f(x) = 2(x - 1/2)^2$.

2°) Etudier la fonction f.(on précisera le sommet et l'axe de (ξ_f) courbe représentative de f)

3°) Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = 2x^2 - 2|x| + 1/2$.

a) Montrer que la fonction g est paire.

b) Montrer que : $g(x) = f(x)$ pour tout réel x de $[0; +\infty[$.

c) Tracer alors (ξ_g) courbe représentative de g en utilisant celle de f.

d) Déduire le tableau de variation de g et que g admet un maximum sur l'intervalle $[-1/2; 1/2]$ que l'on précisera.

4°) Résoudre graphiquement : $f(x) = 1$ et $g(x) = 1$.

5°) On considère la droite D d'équations $D: y = (1/2)x$.

a) tracer D

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x) \leq x$.

$3^{ème}$ Exercice :

Soit A et B deux points distincts du plan

1°) on considère l'application f telle que :

$$f : P \longrightarrow P$$
$$M \longmapsto M' \quad \text{tel que } \overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{BM}$$

1°) Déterminer $f(B)$.

2°) Montrer que f *est translation dont on déterminera le vecteur*

3°) a) Soit $C = f(A)$, *construire le point C,*

b) Déduire le barycentre des points pondérés $(A; -2)$ *et* $(C; 1)$

4°) Soit l'application g *telle que :*

$$g : P \longrightarrow P$$
$$M \longmapsto M' \quad \text{tel que } \overrightarrow{MM'} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}$$

Montrer que g *admet un seul point invariant que l'on précisera.*

5°) Montrer que g *est une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.*