EXERCICE N°1

A°) *Soient A , B et C trois points non alignés. On considère l'application f définie par :*

$f : P \to P ; \quad M \mapsto M'$ *tel que :* $\vec{MM'} = 3.\ \vec{MA} - 2.\ \vec{MB} - \vec{MC}$

1°) Construire les points A' et B' images respectives de A et B par f .

2°) Montrer que f est une translation dont on déterminera le vecteur .

B°) *On considère trois points A , B et C du plan et trois réels a , b et c.*

Soit l'application : $f : P \to P ; \quad M \mapsto M'$ *tel que :* $\vec{MM'} = a.\ \vec{MA} + b\,\vec{MB} + c\,\vec{MC}$

Comment doit-on choisir les réels a , b et c pour que f soit une translation ?

Quel est dans ce cas le vecteur de cette translation ?

EXERCICE N°2

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *sont deux vecteurs non colinéaires et A un point du plan.*

On pose : $B = t_{\vec{u}}(A)$; $C = t_{\vec{v}}(B)$ *et* $D = t_{-\vec{u}}(C)$

1°)Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

2°)Déterminer : $t_{-\vec{v}}(D)$

3°)Quelle condition doivent vérifier $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *pour que*

(a) *ABCD soit un losange ?*

(b) *ABCD soit un carré ?*

EXERCICE N°3

Soit un triangle ABC et un carré construit extérieurement au triangle .

1°)Quelle est l'image de B par la translation $t_{\vec{BE}}$ *?*

2°)Quelle est l'image par cette translation de la hauteur du triangle ABC issue de A ?

3°)Construire la hauteur issue de B et son image par cette translation .

4°)Montrer que les perpendiculaires menés de A sur (BC), de D sur (AB) et de E sur (AC) sont concourantes

EXERCICE N°4

Soit ***C*** *un cercle de centre O , deux droites* ***D*** *et* ***D'*** *coupent* ***C*** *respectivement en A et B et C de sorte que* $\vec{AB} = \vec{CD}$.

1°)Construire l'image ***C'*** *de* ***C*** *par la translation* $t_{\vec{AB}}$.

2°)Construire les images A' , B' , C' , D' de A , B , C , D par cette translation .

3°)Montrer que les quadrilatères AOO'B , ADD'B et COO'D sont des parallélogrammes .

4°)Déduire que les points A , O , D sont alignés ainsi que les points C , O , B .

5°)Quelle est la nature de ABDC ?

EXERCICE N°5

Soit ABC un triangle et D un point de la droite (AC).

On pose : $E = t_{\vec{CB}}(D)$ *et* $F = t_{\vec{AE}}(C)$

1°)Déterminer $t_{\vec{CB}}((DC))$ *et* $t_{\vec{AE}}((AC))$

2°)En déduire que les points B , E et F sont alignés.

3°)Montrer que : $F = t_{\vec{AD}}(B)$

4°)La parallèle Δ à (BC) passant par A coupe (BE) en H .

Montrer que : $H = t_{\vec{CB}}(A)$ *(indication :* $A \in \Delta \cap (DC)$ *)*

5°)Soient les points I et J tels que : $\vec{BI} = \frac{2}{3}\vec{BA}$ *et* $\vec{CJ} = \frac{2}{3}\vec{CI}$

Montrer que : $J = t_{\frac{1}{2}\vec{CB}}(A)$

EXERCICE N°6

*Soit ABC un triangle rectangle en A ; I = A*C et J = A*B.*
1°)Construire le point E barycentre de (A,2) et (C,1).
2°)Montrer que E est le barycentre de (A,1) et (I,2).
3°)Soit G est le barycentre de (A,2) , (B,2) et (C,1)
   (a) Montrer que G , B et E sont alignés.
   (b) Montrer que G est le centre de gravité du triangle IAB.
4°)Déterminer l'ensemble : E : $\left\{ M \in P / \left\| 2\,\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = 5 \left\| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right\| \right\}$
5°)Soit le point $D = t_{\overrightarrow{AC}}(B)$ *et K le barycentre de (D,-1) et (B,4).*
Montrer que les droites (AK) et (BE) sont parallèles.
6°)Soit G' = $t_{\overrightarrow{AC}}(G)$. *La droite (DG') coupe (AC) en F .*
Montrer que G' est le barycentre des points F et D affectés de coefficients que précisera.
7°)B et C sont fixes et A varie, soit A_1 *le barycentre de (A,1) et (C,2)*
A' défini par : $\overrightarrow{BA'} = 3.\overrightarrow{BA}$.
Montrer que $\overrightarrow{AA'} = 2.\overrightarrow{BC}$ *et déduire l'ensemble décrit par A' lorsque A varie .*

EXERCICE N°7

Le plan P étant rapporté au repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$
Soit l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M de cordonnées (x,y) fait correspondre le point M' de cordonnées (x ',y') tels que : $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$ *a et b étant deux réels donnés .*
1°)Montrer que f est une translation .
2°)On suppose que a = 1 et b = -3 .
*Soit **D** la droite d'équation : x + 3y – 1 = 0*
*Trouver une équation de la droite **D'** image de **D** par f .*

EXERCICE N°8

*On considère deux points A et B ; une droite **D** et un cercle **C**.*
*Construire un point C de **D** et un point D de **C** tel que ABCD est un parllèlogramme.*

EXERCICE N°9

*Soit un cercle **C** et un vecteur* $\vec{u}$.
*Construire deux points A et B du cercle **C** tel que* $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

EXERCICE N°10

*Soient deux droites sécantes **D** et **D'** et un vecteur* $\vec{u}$.
*Construire un point A de **D** et un point B de **D'** tel que :* $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

EXERCICE N°11

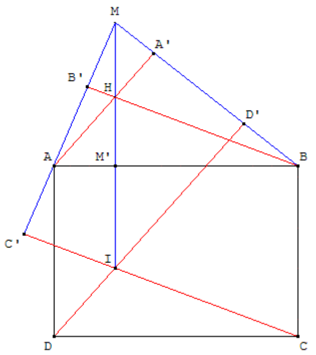
*Soit un cercle **(C)** de rayon 2 .*
***D** une tangente à **(C)** et A un point du plan situé de même coté de **D** que **(C)** dont la distance à **D** est inférieure ou égal à 2 .*
*1°)Déterminer les translations que transforment **D** en **D** et qui transforment **(C)** en un cercle passant par A .*
2°)En déduire une méthode pour construire un cercle du rayon donné passant par un point donné et tangent à une droite donnée .
Deux cercles isométriques ζ *et* ζ' *de centres O et O' se coupent en A et B.*
1°)Soit A' = $t_{\overrightarrow{OO'}}(A)$. *Montrer que A' et b sont diamétralement opposés sur le cercle* ζ' .
2°)Soit M un point quelconque du cercle ζ *distinct de A et B.*
On désigne par M' = $t_{\overrightarrow{OO'}}(M)$.
   a) Montrer que les droites (MA) et (M'B) sont perpendiculaires.
   b) Que représente le point A pour le triangle BMM' ?

3°)Soient ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 trois cercles isométriques de centres O_1 , O_2 et O_3 respectivement , sont concourantes en point H.
Soit : $E = \xi_1 \cap \xi_2$; $F = \xi_1 \cap \xi_3$ et $G = \xi_3 \cap \xi_2$
Montrer que H est l'orthocentre du triangle EFG .

EXERCICE N°12

ABCD est un rectangle. M un point du plan. C' est le projeté orthogonal de C sur (AM),
D' est le projeté orthogonal de C sur (BM),M' est le projeté orthogonal de M sur (AB).
(BB') et (CC') se coupent en I.

Montrer que les points M, M' et I sont alignés



EXERCICE N°13

Étant donné deux points A et B et deux droites (d_1) et (d_2) sécantes tracer un parallélogramme ABCD tel que C appartienne à (d_1) et D appartienne à (d_2).

EXERCICE N°14

ABCD est un carré, M est un point situé à l'extérieur du carré dans la partie du plan limitée par le segment [BC] et les demi-droites [BE) et [CF).
N est la projection orthogonale de M sur [BC], J est la projection de D sur (MB) et K de A sur (MC).

En utilisant la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, montrer que les droites (MN), (DJ) et (AK) sont concourantes.