

Exercice 1 :

$$P(x) = 3x^3 + x^2 - 10x - 8$$

et

$$Q(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

I) 1/ Vérifier que 2 est une solution de P

2/ Factoriser P(x)

3/ En déduire les signes de P(x)

4/ Sans faire les calculs écrire dans l'ordre croissant P(2) ; P($\frac{1}{2}$) et P($-\frac{7}{6}$)**II)** 1/ Factoriser Q(x)

2/ Soit $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

a) Déterminer le domaine de définition de la fonction f

b) Simplifier f

3/ Résoudre dans IR les inéquations suivantes

a) $f(x) \geq 0$

b) $f(x) \leq 0$

c) Montrer que $f(x) = \frac{7}{3(x-1)} + \frac{2}{3(x+2)}$

d) Résoudre dans IR l'inéquation $f(x) \leq \frac{7}{3(x-1)}$

III) Soit $g(x) = \sqrt{f(x)}$

1/ Déterminer Dg

2/ Résoudre dans IR l'équation $g(x) = 1$ **IV)** Soient α , β et $\gamma \in \mathbb{R}$ 1/ Développer puis réduire l'expression $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$ 2/ Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -\frac{1}{3} \\ \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = -\frac{10}{3} \\ \alpha\beta\gamma = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Exercice 2 :

I) Soit $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 17x + 12$

1/ Montrer P factorisable par $2x - 3$

2/ Factoriser P(x)

3/ En déduire les signes de P(x)

4/ Ranger dans l'ordre décroissant $P(0)$, $P(\frac{5}{4})$ et $P(-4)$

5/ Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -\frac{3}{2} \\ \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = -\frac{17}{2} \\ \alpha\beta\gamma = -6 \end{cases}$$

II) Soit $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$

1/ Factoriser Q

2/ Soit $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

a- Déterminer le domaine de définition de f

b- Résoudre dans \mathbb{R} $f(x) \geq 0$

3/ Soit $g(x) = \sqrt{f(x)}$

a- Déterminer Dg

b- Résoudre dans \mathbb{R} $g(x) \geq 1$

Exercice 3 :

Soit $P(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$

1/ Montrer que $P(x+1) - P(x) = x$

2/ En déduire que $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

3/ En déduire $1+2+3+\dots+99$

Exercice 4 :

Soit $P(x) = 2x^2 - x$

1/ Simplifier $P(x+1) - P(x)$

2/ Calculer $1 + 5 + 13 + 17 + \dots + 401$