

Définition

Soit I un point du plan et k un réel non nul.

On appelle homothétie de centre I et de rapport k , noté $h_{(I,k)}$, l'application du plan dans lui-même qui à tout point M fait correspondre le point M' tel que $\overrightarrow{IM'} = k\overrightarrow{IM}$

*) Pour $k \neq 1$, le seul point invariant par $h_{(I,k)}$ est le point I .

*) Si $k = 1$ alors $h_{(I,k)} = id_{\mathcal{P}}$

*) Si $k = -1$ alors $h_{(I,k)} = S_I$

Propriétés

*) Si $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \end{cases}$ alors $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$

*) Si $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \end{cases}$ alors $[A'B'] = h_{(I,k)}([AB])$

*) Si $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \end{cases}$ alors $(A'B') = h_{(I,k)}((AB))$

*) Si $\begin{cases} A' = h_{(I,k)}(A) \\ B' = h_{(I,k)}(B) \\ I \in (AB) \end{cases}$ alors $(AB) = h_{(I,k)}((A'B'))$

*) L'image d'un cercle de centre E et de rayon r par $h_{(I,k)}$ est le cercle de centre $h_{(I,k)}(E)$ et de rayon $|k|r$.

*) L'image d'un polygone de périmètre p et d'aire a par $h_{(I,k)}$ est un polygone de périmètre $|k|p$ et d'aire k^2a .

*) Toute homothétie de centre I et de rapport k est une bijection et sa réciproque $h_{(I,k)}^{-1} = h_{(I, \frac{1}{k})}$

*) L'homothétie conserve :

L'alignement, la parallélisme, l'orthogonalité, le milieu d'un segment, mesure des angles, le contact et le barycentre.

