Séries d'exercices ***4ème technique***
DERIVABILITES

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**
Site Web : ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

EXERCICE N°1

Soit la fonction f définie sur [–1 ; +∞[par : $f(x)=\left|x^2+x\right|\sqrt{x+1}$.

1°) Déterminer le signe de P(x) = x^2+x *suivant les valeurs de x dans [–1 ; +∞[.*

1°) Etudier la dérivabilité de f en x = –1.

2°)Etudier la dérivabilité de f en x = 0.

3°)Conclure sur les tangentes à la courbe représentative de f aux points d'abscisse –1 et 0.

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie sur [-4 ,4] par : $\begin{cases} f(x)=-2x-4 & si\ x\in[-4\,;-2] \\ f(x)=2-x-x^2 & si\ x\in]-2\,;4]. \end{cases}$

On note (C) la courbe de f dans un repère orthonormal.
Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

a) $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{f(x)-f(-2)}{x+2}$.

b) f est dérivable en x = –2.
c) (C) admet deux tangentes horizontales.
d) La tangente à (C) au point d'abscisse x = –1 a un unique point d'intersection avec (C).
e) La tangente à (C) au point d'abscisse x = 1 a un unique point d'intersection avec (C).

EXERCICE N°3

Comparer, sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, $0.9\tan x$ *et* $\tan(0.9x)$

EXERCICE N°4

Montrer que :

1°)Pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ *, on a :* $\frac{2}{\pi}x\le\sin x\le x$

2°) Pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ *, on a :* $x\le\tan x\le\frac{4}{\pi}x$

3°) Pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ *, on a :* $1-\frac{2}{\pi}x\le\cos x\le\frac{\pi}{2}-x$

4°) Pour tout x de $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ *on a :* $\frac{\pi}{2}-2x\le\cot an(x)-1\le\frac{\pi}{4}-x$

5°) Pour tout x>0 : $\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}\le\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\le\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

EXERCICE N°5

Montrer que : pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ *, on a :* $2\sin x+\tan x\ge 3x$

EXERCICE N°6

Soit f une fonction deux fois dérivable sur R.
1°)Montrer que : si f est paire alors $\exists a\in R\ /\ f'(a)=0$
2°)Montrer que : si f est impaire alors $\exists b\in R\ /\ f''(b)=0$.

EXERCICE N°7

Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ *par :* $f(x)=\begin{cases}\sqrt{2x} & si \quad x\geq 0\\ x^2-x & si \quad x<0\end{cases}$

1°)Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0 . Interpréter graphiquement les résultats obtenus .

2°)Montrer que $f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2x}} & si \quad x>0\\ 2x-1 & si \quad x<0\end{cases}$

3°)Dresser le tableau des variations de f

4°)Montrer que si $x>2$ *alors* $f(x)>2$

5°)Montrer que , pour tout $x\geq 2$ *,* $f'(x)\leq\dfrac{1}{2}$

6°)En déduire que pour tout $x\geq 2$ *,* $\left|f(x)-\dfrac{1}{2}\right|\leq\dfrac{1}{2}x-1$