Séries d'exercices *4ème inf*
GEOMETRIE DANS LE ESPACE

MATHS AU LYCEE * ALI AKIR**
Site Web: ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

EXERCICE N°1

Soit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ *de l'espace et les droites* D_1 *et* D_2 *définies par :*

$$D_1 : \begin{cases} x = -1 + 3a \\ y = 1 - a \quad \text{où } a \in R \\ z = 2 + a \end{cases} \text{ et } D_2 : \begin{cases} x = 1 - 2b \\ y = 2 - b \quad \text{où } b \in R. \\ z = 2b \end{cases}$$

1°/Montrer que D_1 *et* D_2 *sont sécantes et calculer les cordonnées de leurs point d'intersection I .*
2°/Soit le point A(0,1,2).
a)Ecrire une équation cartésienne du plan P_1 *contenant la droite* D_1 *et passant par A.*
b) Ecrire une équation cartésienne du plan P_2 *contenant la droite* D_2 *et passant par A.*
c)Quelle est l'intersection des plans P_1 *et* P_2 *? Donner une représentation paramétrique de cette intersection.*

EXERCICE N°2

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. *Soient les droites :*

$$D : \begin{cases} x = -1 - k \\ y = 1 + 2k \quad \text{où } k \in R \\ z = 3 + k \end{cases} \text{ et } D' : \begin{cases} x = 2 - 3k' \\ y = 1 + k' \quad \text{où } k' \in R. \\ z = -2k' \end{cases}$$

1°/ Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires .
2°/Soit un réel m et les points M et M' appartenant respectivement à D et D' et obtenus en prenant k=k'=m
Montrer que la droite (MM') reste parallèle à un plan fixe lorsque m varie.

EXERCICE N°3

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. *A tout réel m , on associe le plan* P_m *dont une équation cartésienne est :* $2mx + (m+1)y - 3(m-1)z + 2m+4=0$.
1°/Pour quelle valeur de m , le plan P_m *passe-t-il par le point A(1,1,2) ?*
2°/Peut-on trouver m pour que le plan P_m *passe par le point B(-1,-3,-1) ?*

3°/ Pour quelle valeur de m , le vecteur $\vec{AB}$ *est-il directeur de* P_m *?.*

EXERCICE N°4

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. *On considère les plans* P_m *d'équations :*
$(2m+1)x-2y+(m+1)z-3m+4=0$. $(m \in R)$
1°/Montrer que tous les plans P_m *contiennent une droite* Δ *dont-on donnera une représentation paramétrique.*
2°/On considère les droites Δ_1 *et* Δ_2 *définies par :*

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - 2a \\ y = 3 + a \quad \text{où } a \in R \\ z = 1 + 4a \end{cases} \text{ et } \Delta_2 : \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x + 2z = 0 \end{cases}$$

1°/Montrer que Δ_1 *et* Δ_2 *sont sécantes en un point I de* P_0.
b)Ecrire une équation cartésienne du plan Q contenant Δ_1 *et* Δ_2.
c) Soit $O'=S_I(O)$ *, écrire une équation cartésienne du plan P' passant par O' et parallèle à* P_0.

d)On pose $D=P' \cap Q$. *donner une représentation paramétrique de D.*

3°/a)Existe-t-il un plan P_m *passant par le point* $A(\frac{1}{2}, 0, 2)$ *?*

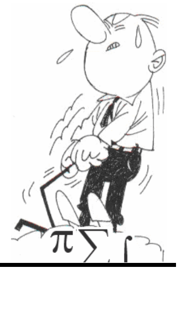
b)On désigne par ***E*** *l'ensemble des plans* P_m *et par* ***F*** *l'ensemble des plans contenant* Δ. ***E*** *est-il égal à* ***F*** *?*

EXERCICE N°5

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ *un repère cartésien de l'espace .*
A tout couple de réels (a , m) on associe la droite Δ_a *et le plan* P_m *définies par :*

$$\Delta_a : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ y - z - a = 0 \end{cases} \text{ et } P_m : (m+1)x-(m-1)y+(2m+3)z+2=0.$$

1°/Donner un repère $(A, \vec{u})$ *de* Δ_a.
2°/Etudier , suivant les valeurs de a et m , la position relative de Δ_a *et* P_m.



3°/Démontrer que tous les plans P_m contiennent une droite fixe D dont-on donnera un repère $(B, \vec{v})$.
4°/Déterminer a pour que D et Δ_a soient coplanaires.
Pour la valeur de a trouvée, écrire une équation cartésienne du plan Q contenant D et Δ_a.

EXERCICE N°6

L'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .on donne le point $A_m(m-1,m,m+1)$ où m est un paramètre réel et la droite D définie par : $\begin{cases} x = 2 - k \\ y = 1 + k \quad (k \in R). \\ z = 3 \end{cases}$

1°/Quel est l'ensemble Δ des points A_m lorsque m décrit R ?.
2°/Pour quelle valeur de m, a-t-on : $A_m \in D$?
3°/On suppose que $(m \neq 2)$.Ecrire une équation cartésienne du plan P_m passant par A_m et contenant D.
Que remarque-t-on ?

4°/Soit un réel a et la droite D_a définie par : $\begin{cases} x = -1 + ab \\ y = 1 + (a-1)b \quad (b \in R). \\ z = 1 + ab \end{cases}$

a)Les droites D et D_a peuvent-elles être parallèles .
b)Ecrire une équation cartésienne du plan Q_a contenant D_a et parallèle à D.
c)Montrer que tous les plans Q_a contiennent une droite fixe D' parallèle à D.

EXERCICE N°7

L'espace ξ est rapporté à un repère cartésien $R = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. A tout réel m , on associe le plan Pm dont une équation cartésienne est : $mx + 2y - m^2z + 3 = 0$.

1°)Déterminer les plans Pm passant par le point A(2,0,1).

2°)Déterminer l'intersection des plans P_{-1} et P_1 .

3°)Montrer que tous les plan Pm passent par un point fixe B dont on précisera les coordonnées.

4°)Déduire , suivant les valeurs de m , la position relative de (AB) et Pm.

5°)Soit D la droite passant par B et de vecteur directeur : $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

6°)Montrer que les droites (OA) et D ne sont pas coplanaires .

7°)Soit Q le plan contenant la droite (OA) et parallèle à D.

Déterminer une équation cartésienne du plan Q.

8°)Déterminer m pour que les plans Q et Pm soient parallèles.

EXERCICE N°8

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Soit A(1,0,1) ; B(1,1,-1) et C(2,1,2).
1°)Soit M un point de l'espace et $\vec{u}$ le vecteur défini par $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$

a- Montrer que $\vec{u} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$ et déterminer ses cordonnées.

b- Déterminer un système d'équations cartésiennes de la droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

2°) a-Vérifier que A , B et C ne sont pas alignés.
b-Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC)

3)Soit D' la droite dont un système d'équations cartésiennes est : $\begin{cases} x - z = 0 \\ 3x - 2y - z - 2 = 0 \end{cases}$.

Définir D' par un point et un vecteur directeur.
4°)Etudier la position relative de les droites D et D'