

**EXERCICE N°1**

Soient  $ABC$  un triangle isocèle de sommet principal  $A$  et tel que  $BC < AB$ ,  $[BB']$  la hauteur issue de  $B$ ,  $[CC']$  la hauteur issue de  $C$  et  $E$  le symétrique de  $B'$  par rapport à  $(BC)$ .

1°) Montrer que  $\widehat{BC'B'} = \widehat{B'CE}$  et  $\widehat{B'CE} = \widehat{ABC}$ .

2°) En déduire que  $(AB)$  est parallèle à  $(CE)$ .

3°) Comparer les triangles  $BB'C$  et  $CC'B$ .

4°) En déduire que  $(BC)$  est parallèle à  $(B'C')$ .

**EXERCICE N°2**

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral. Le cercle  $\zeta$  de diamètre  $[AB]$  recoupe  $(AC)$  en  $O'$ .

On désigne par  $O$  et  $I$  les milieux respectifs de  $[AB]$  et  $[AO']$ .

1°) Montrer que  $\widehat{AO'O} = 60^\circ$ .

2°) En déduire que  $(OO')$  est parallèle à  $(BC)$ .

3°) La droite  $(OI)$  coupe  $\zeta$  en  $E$  et  $F$  ( $E$  est le point du même côté que  $O$  par rapport à  $(AC)$ ).

La tangente  $\Delta$  en  $E$  au cercle  $\zeta$  coupe  $(AB)$  en  $D$ .

Montrer que :

$$\widehat{AO'I} = \widehat{AB'O'} \quad , \quad \widehat{IO'O} = \widehat{O'O'B} \quad \text{et} \quad \widehat{ADE} = \widehat{DAC}$$

**EXERCICE N°3**

Soit  $AMB$  un triangle rectangle en  $M$ . Le cercle  $\zeta$  de centre  $A$  et passant par  $m$  coupe  $(AB)$  en  $N$  et  $P$  ( $N \in [AB]$ ).

1°) Montrer que  $\widehat{BMN} = \widehat{NPM}$ .

2°) On pose  $\widehat{MAN} = 80^\circ$ . Calculer  $\widehat{BMN}$ .

**EXERCICE N°4**

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral inscrit dans un cercle  $\zeta$  de centre  $O$ .

1°) Calculer  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{AOC}$ .

2°) Soit  $M$  un point de l'arc  $[AB]$  ne contenant pas  $C$ .

a- Calculer  $\widehat{AMB}$ .

b- Montrer que  $[MC)$  est une bissectrice du secteur  $[MA, MB]$

3°) On suppose que  $(MC) \perp (AB)$ . Montrer que  $OAM$  est équilatérale.

**EXERCICE N°5**

Soient  $\zeta$  un cercle de centre  $O$  et diamètre  $[AB]$ ,  $M$  un point variable sur  $\zeta$  et distinct de  $A$  et de  $B$  et  $I$  le milieu de  $[AM]$ .

1°) Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{AIO}$  ?

2°) Sur quel ensemble varie le point  $I$  lorsque  $M$  varie ?

**EXERCICE N°6**

On considère un demi cercle  $\zeta$  de diamètre  $[AB]$ .

Sur la demi tangente à  $\zeta$  en  $A$  on place le point  $E$  tel que  $AE=AB$ .

Soit  $M$  un point variable de  $\zeta$  et  $N$  le point de  $[AM]$  tel que  $AN=BM$ .

1°) Comparer les angles  $\widehat{ABM}$  et  $\widehat{MAE}$  puis les triangles  $AMB$  et  $ANE$ .

2°) Sur quelle ligne fixe se déplace le point  $N$  lorsque  $M$  varie sur  $\zeta$  ?

**EXERCICE N°7**

Soit un triangle  $ABC$  et  $(d)$  la droite parallèle à  $(BC)$  passant par  $A$ . Les bissectrices des angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ACB}$  coupent  $(d)$  respectivement en  $M$  et  $N$ .

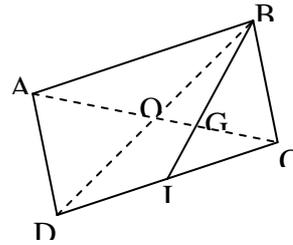
Démontrer que  $BAM$  et  $CAN$  sont isocèles.



**EXERCICE N°8**

$ABCD$  est un parallélogramme de centre  $O$ ,  $I$  est le milieu de  $[CD]$ .

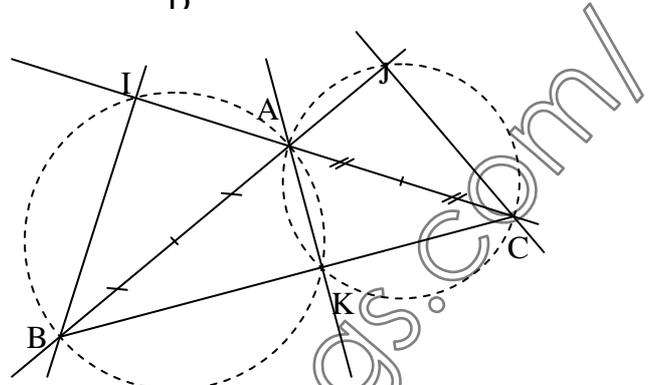
Démontrer que  $2GI = GB$ .



**EXERCICE N°9**

$ABC$  est un triangle. Les cercles de diamètres  $[AB]$  et  $[AC]$  se recoupent en  $K$ .

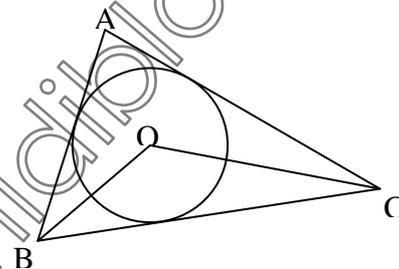
1°) Démontrer que les points  $B, K$  et  $C$  sont alignés  
 2°)  $(AC)$  et  $(AB)$  recoupent les cercles en  $I$  et  $J$  (voir figure). Que représentent les droites  $(AK)$ ,  $(BI)$  et  $(CJ)$  pour le triangle  $ABC$ ? Que peut-on en déduire pour ces 3 droites?



**EXERCICE N°10**

$O$  est le centre du cercle inscrit dans le triangle  $ABC$ .

Sachant que  $\widehat{BOC} = 128^\circ$ , calculer l'angle  $\widehat{BAC}$ .



**EXERCICE N°11**

Soit un triangle  $ABC$  et  $I$  le centre de son cercle inscrit. On note  $r$  le rayon de ce cercle.

1°) Exprimer l'aire du triangle  $IAB$  en fonction de  $AB$  et  $r$ , celle de  $IBC$  en fonction de  $BC$  et  $r$ , celle de  $IAC$  en fonction de  $AC$  et  $r$ .

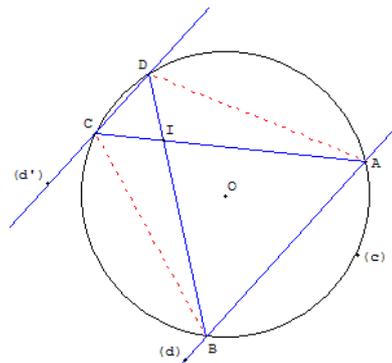
2°) Exprimer l'aire du triangle  $ABC$  en fonction de son périmètre  $p$  et de  $r$ .

**EXERCICE N°12**

Deux droites parallèles  $(d)$  et  $(d')$  coupent un cercle  $(c)$  en  $A, B$  et  $C, D$  de telle façon que  $ABCD$  soit un trapèze convexe.

Les diagonales  $[AD]$  et  $[BC]$  se coupent en  $I$ .

Montrer que  $ABI$  est un triangle isocèle.



**EXERCICE N°13**

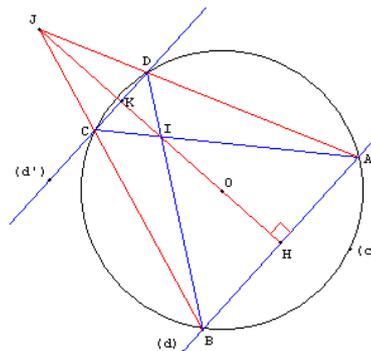
Deux droites parallèles  $(d)$  et  $(d')$  coupent un cercle  $(c)$ , de centre  $O$ , en formant un trapèze  $ABCD$ .

Les diagonales  $[AD]$  et  $[BC]$  se coupent en  $I$  distinct de  $O$ .

Les points  $H$  et  $K$  sont les milieux des côtés parallèles  $[AB]$  et  $[CD]$ .

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  se coupent en  $J$ .

Montrer que  $ABCD$  est un trapèze isocèle.

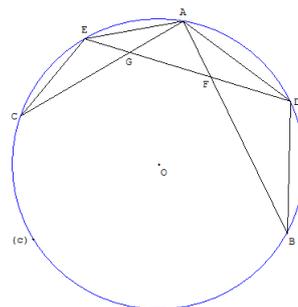


**EXERCICE N°14**

*A, B et C étant trois points situés sur un cercle (c), D est le milieu de l'arc AB et E le milieu de l'arc AC.*

*La droite (DE) coupe la corde (AB) en F et la corde (AC) en G.*

*Démontrer que  $AF = AG$ .*



com/

<http://maths-akir.nidilb.com>

