Séries d'exercices $3^{ème}$technique
VECTEURS DE L'ESPACE

MATHS AU LYCEE *** ALI AKIR
Site Web : ***http://maths-akir.midiblogs.com/***

EXERCICE N°1

Soit le tétraèdre ABCD

On considère les points E et F tels que : $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Démontrer que les points B, E et F sont alignés.

EXERCICE N°2

Soit le tétraèdre

On considère les points G et H tels que : $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$

Exprimer $\overrightarrow{AH}$ *en fonction de* $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{AD}$.
Que peut on en déduire pour les points A, C, D, G et H.

EXERCICE N°3

Dans un tétraèdre ABCD, les points K, L et M sont tels que :

$\overrightarrow{AK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{12}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

1°)Montrer que les points A, L et M sont alignés.
2°)Montrer que les droites (LK) et (MD) sont parallèles.
3°)En déduire (sans calculs) que les points A, L, M, D et K sont coplanaires.
4°)On considère le point N définit par : $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

Déterminer les réels α *et* β *tels que :* $\overrightarrow{AN}=\alpha\overrightarrow{AM}+\beta\overrightarrow{AD}$. *Conclure.*

EXERCICE N°4

On donne $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ *une base de* $\mathcal{W}$ *et* $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ *un repère de E qu'en note R.*

1°)Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}_R$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\0\\3\end{pmatrix}_R$, $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\1\\5\end{pmatrix}_R$. $\vec{u},\vec{v}$ *et* $\vec{w}$ *sont-ils coplanaires?*

2°)Soient $\overrightarrow{e_1}\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}_R$, $\overrightarrow{e_2}\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}_R$, $\overrightarrow{e_3}\begin{pmatrix}0\\0\\3\end{pmatrix}_R$. *Prouver que* $(\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$ *est une base de* $\mathcal{W}$.

3°)Soit $M(-2,6,5)_R$. *Déterminer les cordonnées de M dans le repère* $(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$

4°)Soit $A(-2,-1,0)_R$. *Déterminer les cordonnées de M dans le repère* $(A,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3})$

5°)Trouver l'ensemble des valeurs de a pour les quelles les trois vecteurs

$\overrightarrow{f_1}\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}_R$, $\overrightarrow{f_2}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}_R$, $\overrightarrow{f_3}\begin{pmatrix}a\\1-a\\2\end{pmatrix}_R$ *soient coplanaires.*

EXERCICE N°5

Dans l'espace E on considère un tétraèdre ABCD. On désigne par I , J , K , L , M et N les milieux respectifs de [AB], [CD] ,[BC] , [DA] , [BD] et [AC].

1°)Les vecteurs $\overrightarrow{KM}$, $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{CL}$ *sont-ils coplanaires?*

2°)Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ *et* $\overrightarrow{NJ}$ *sont-ils coplanaires?*

3°)Démontrer que les segments [IJ] , [KL] et [MN] ont le même milieu O.

4°)En déduire la relation : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

5°)Déterminer les cordonnées de chacun des points O et K dans le repère $R=(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$.

EXERCICE N°6

Dans l'espace E , rapporté à un repère cartésien $R=\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, *on considère les points A(1,1,-2) , B(0,2,1) , C(-1,2,3) et D(0,3,2).*

1°)Vérifier que les points A , B et C ne sont pas alignés. On désigne par P le plan (ABC).

2°)Montrer que le point D appartient au plan P.

3°)Soit F(1-a,a,a+1), où a est un paramètre réel.

Déterminer m pour que la droite (AF) soit contenue dans le plan P.

4°)On considère les vecteurs : $\overrightarrow{e_1}=3\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$, $\overrightarrow{e_2}=\vec{j}+2\vec{k}$ *et* $\overrightarrow{e_3}=\vec{i}+2\vec{j}$

a) *Montrer que* $R'=\left(A,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3}\right)$ *est un repère de E.*

b) *Déterminer les cordonnées du point B dans le repère R'.*