

Exercice n°1 :

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 3, $I = A * B$ et K le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, 1)$.

- 1) a) Calculer KA et KB .
b) Dédurre que $CK = \sqrt{7}$.
- 2) Soit $\Delta = \{M \in P / MA^2 - MB^2 = 9\}$.
a) Vérifier que $B \in \Delta$
b) Déterminer et construire Δ .
c) Δ coupe (AC) en D . Montrer que $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 9$.
- 3) Pour tout point M du plan, on pose : $f(M) = 2MA^2 + MB^2$; $g(M) = f(M) - 3MC^2$ et $J = K * C$.
a) Montrer que pour tout point M du plan, on a :
$$f(M) = 3MK^2 + 6 \text{ et } g(M) = 6 \overrightarrow{JM} \cdot \overrightarrow{KC} + 6$$

b) Déterminer les ensembles suivants :
$$\Delta' = \{M \in P / g(M) = 6\} \text{ et } C = \{M \in P / f(M) = 18\}$$

c) Vérifier que $B \in C$. Construire alors Δ' et C .
d) Δ coupe Δ' en N . Montrer que $\overrightarrow{KN} \cdot \overrightarrow{KC} = \frac{7}{2}$.

Exercice n°2 :

I) Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$

- 1) a) Déterminer le domaine de définition E de f .
b) Etudier la continuité de f sur E .

2) a) Vérifier que pour tout $x \in E : f(x) = 1 - \frac{1}{x-1}$

- b) Dédurre les variations de f sur $]1; +\infty[$.

II) Soit la fonction g définie par : $g(x) = -\frac{1}{2}x + \sqrt{4x-2}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D_g de la fonction g .
- 2) Etudier la continuité de g sur D_g .

3) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution $\alpha \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Exercice n°3 :

1) Calculer : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - 3}{2x^2 - x - 1}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(2x - 3)^2}{2x^2 - 3x}$.

2) Soit $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$.

- a) Déterminer le domaine de définition de f .
- b) f est-elle prolongeable par continuité en 1.

Exercice n°4 :

1) Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$.

- a) Déterminer D_f .
- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

c) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ on a : $f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3} + 2)}$.

d) Déduire $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

2) Calculer les limites suivantes : a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x^2 - 5x + 6}$ b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} + 1}{x^2 + 5x + 4}$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{\sqrt{x+2} - 2}$.

Exercice n°5 :

Soit ABC un triangle tels que : $AB=AC$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$.

Soient : $H=B*C$, $A'=S_H(A)$ et E le point du plan tel que : $BC=BE$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BE}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$.

- 1) faire une figure claire.
- 2) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés : $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA'})$.
- 3) a) Montrer que $(BA') // (AC)$.
- b) Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EC})$.

Exercice n° 6 :

Soit $ABCD$ un rectangle de centre O tel que $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{20\pi}{3} [2\pi]$

- 1) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$
- 2) Sachant que $AC = 4$ cm. Justifier la construction du rectangle $ABCD$.
- 3) Déterminer une mesure pour chacun des angles $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BO})$, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC})$ et $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{AD})$
- 4) Soit E le symétrique de C par rapport à (AB)
 - a) Donner la mesure principale de $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC})$
 - b) Construire le point F de la droite (DC) tel que $(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{-43\pi}{3} [2\pi]$
 - c) Montrer que les points A, E et F sont alignés.
 - d) Montrer que $(\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FC}) \equiv (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}) [2\pi]$.
