

Lycée « Echebbi » Mornag	<b><u>Devoir de synthèse n°1</u></b>	Année scolaire :2009-2010
Prof :Abederahman Trabelsi		Niveau : 3 <sup>ème</sup> Tech

### **Exercice n°1**

Une et une seule réponse proposée est correcte, indiquer la quelle .

- Le domaine de définition de la fonction :  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  est :
  - $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
  - $[0, +\infty[$
  - $[0, +\infty[ \setminus \{1\}$
- $\sin\left(-\frac{19\pi}{6}\right)$  est égale à :
  - $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
  - $\left(-\frac{1}{2}\right)$
  - $\left(\frac{1}{2}\right)$
- $\cos(7\pi+x) + \cos\left(\frac{25}{2}\pi+x\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{2}+x\right) =$ 
  - 0
  - $2\cos(x)$
  - $\cos(x) - \sin(x)$
- $\cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$  est la valeur de :
  - $\cos(x+y)$
  - $\sin(x+y)$
  - $\cos(x-y)$

### **Exercice n°2**

On donne :  $f(x) = \sin 2x - 2\sqrt{3} \sin^2 x$  et  $g(x) = \cos 2x - \frac{1}{2}$ .

- Montrer que :  $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
  - En déduire que :  $f(x) = 4 \sin 2x \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ .
  - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $[-\pi, \pi[$  l'équation :  $f(x) = 0$
- Résoudre dans  $[-\pi, \pi[$  l'équation  $g(x) = 0$ .
  - Montrer que :  $g(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
  - Calculer  $g\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ . En déduire que  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ .
- Soit  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  pour  $x \in [-\pi, \pi[$ 
  - Déterminer le domaine de définition de  $h$ .
  - Montrer que pour  $x \in D(h)$  on a :  $h(x) = \frac{\sin x}{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$ .

### Exercice n°3

Soit la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2U_n + 2n - 1 \end{cases}$$

1. a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .  
b) Justifier alors que  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
2. On pose  $V_n = U_n + 2n + 1$ .  
a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q=2$ .  
b) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$  et calculer :  $S_1 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ .  
c) En déduire que :  $U_n = 3 \times 2^n - 2n - 1$
3. On pose  $W_n = -2n - 1$   
a) Quel est la nature de  $W_n$ .  
b) Calculer :  $S_2 = W_0 + W_1 + \dots + W_n$ .  
c) En déduire :  $S_3 = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ .

### Exercice n°4

I. Dans le graphique ci contre  $C$  désigne la courbe représentative d'une fonction  $f$  et la droite  $(\Delta)$  est la représentation graphique de la fonction  $g(x) = x + 2$ .

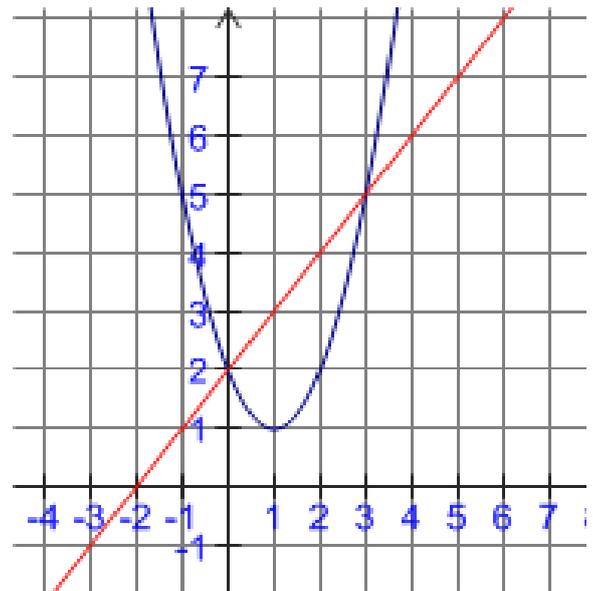
1. Donner :  
a)  $f(0)$  ;  $f(1)$  ;  $f(3)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$   
b)  $g(0)$  et  $g(1)$ .
2. Résoudre graphiquement  
a)  $f(x) = 5$   
b)  $f(x) = g(x)$   
c)  $f(x) \geq g(x)$ .

II. On suppose que  $f(x) = x^2 + ax + b$ .

1. Montrer que :  $b = 2$ .
2. En déduire que  $f(x) = x^2 - 2x + 2$

III. Soit  $x_1$  et  $x_2$  deux réels .

1. Montrer que  $f(x_1) - f(x_2) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 2)$
2. En déduire les variations de  $f$  sur  $[1, +\infty[$ .
3. Retrouver par le calcul :  
a)  $f(x) = 5$   
b)  $f(x) = x + 2$   
c)  $f(x) \geq x + 2$



**Bon travail**