DEVOIR DE CONTROLE N°2

Mathématiques

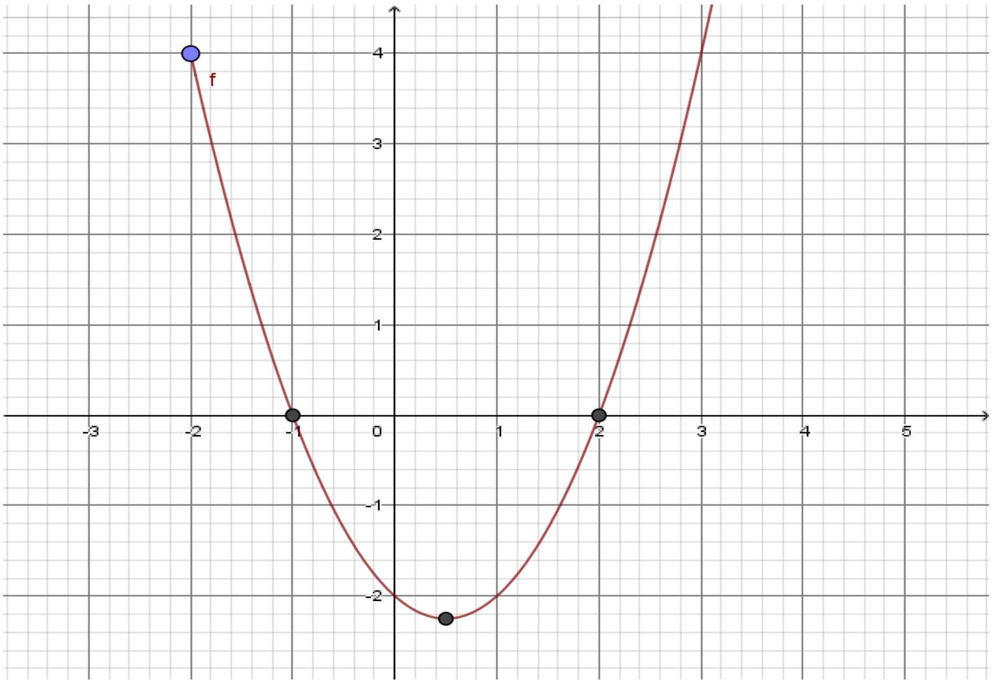
$3^{ème}$ Sc1

Durée :2H

Exercice N°1 (6pts)

f une fonction dérivable sur]-2,+∞[, on note f' sa fonction dérivé .

Sur la figure est tracé **la courbe C_f, représentative de la fonction f'** dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.



1) Montrer que f admet un extremum relatif en 2 dont on précisera sa nature.

2) **a-** Donner le sens de variation de de f sur [-2,+∞[en justifiant votre réponse

b- Comparer f(-1) et f(1).

3) Sachant la courbe C_f passe par le point O ;

a/Déterminer une équation de la tangente à C au point O

b/ donner une valeur approchée de $f(0,5)$.

4) Déterminer les abscisses des points de C_f ou la tangente est parallèle à la droite , Δ :y = 4x+1

Exercice N°2 (6pts) :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,$\vec{u}$, $\vec{v}$) ; On considère les points A ,B, et H d'affixes respectifs $\boldsymbol{z_A = 2+2i}$; $\boldsymbol{z_B = 2-2i}$; $\boldsymbol{et\ z_H = \sqrt{2}+i\sqrt{6}}$

On pose E le symétrique de A par rapport à O.

1) **a-** Déterminer l'affixe de E puis placer A, B, et E .
   b- Montrer que le triangle ABE est rectangle et isocèle.
2) Déterminer l'affixe du point D pour que ABED soit un carrée.
3) **a-** Ecrire $z_A\ et\ z_H$ sous forme trigonométrique.

b- On pose $Z = \frac{z_H}{z_A}$. Ecrire Z sous forme algébrique.

c- En déduire les valeurs de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

Exercice N°3 (8pts) :

I/ Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $\boldsymbol{f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2}}$

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O ;$\vec{i}, \vec{j}$)

1)a- Montrer que $\boldsymbol{f'(x) = \frac{x^2-4x}{(x-2)^2}}$ *pour tout x de* $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

b- Dresser le tableau de variation de f.

2) Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à la courbe au point d'abscisse 1.

II/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} \boldsymbol{g(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2} \text{ si } x \leq 1} \\ \boldsymbol{g(x) = x - 1 + \sqrt{x^2 - 1} \text{ si } x > 1} \end{cases}$

1) Montrer que g est continue en 1.

2) Etudier la dérivabilité de g à gauche et à droite en 1.Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

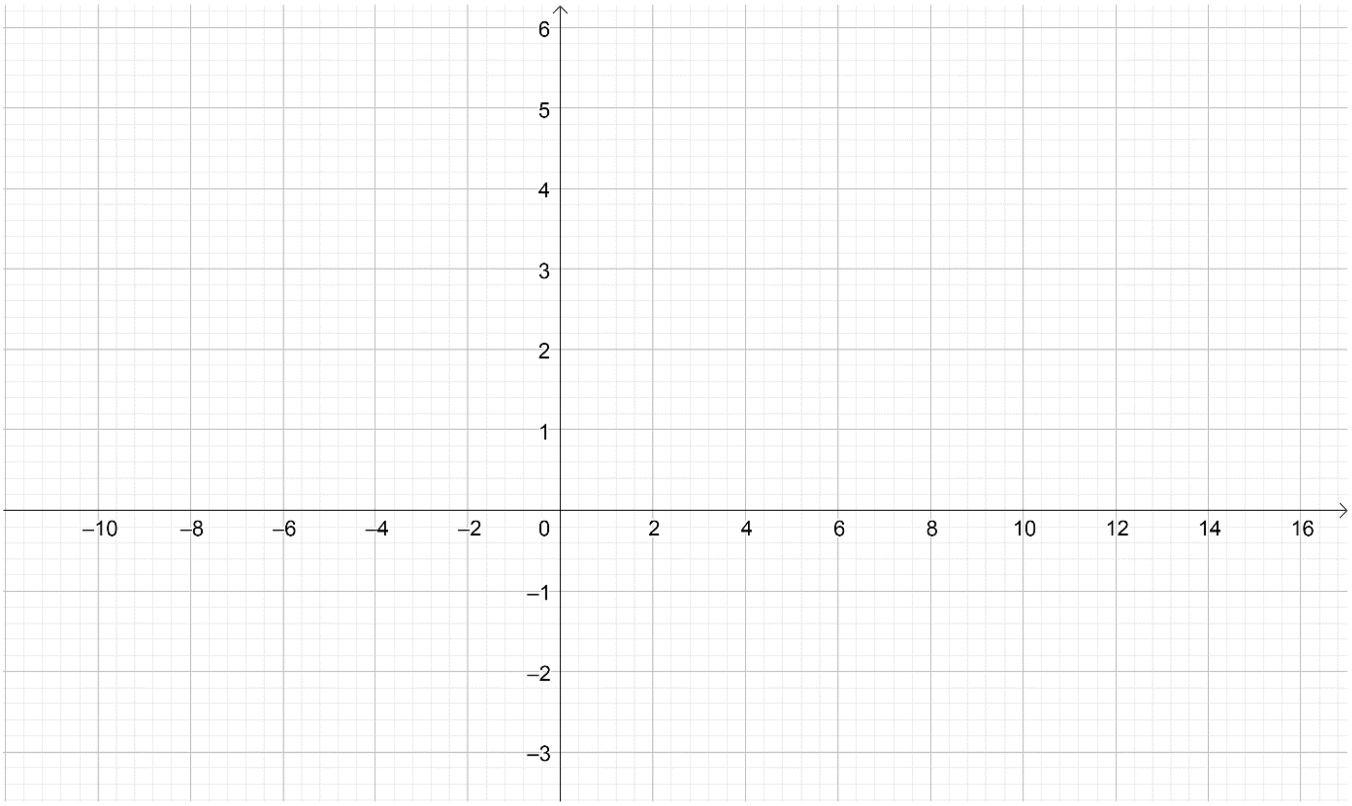
3) Calculer $g'(x)$ pour $x \in]1, +\infty[$.

4) Dresser le tableau de variation de g sur son domaine de définition et préciser ses extrema.

5) Montrer que la droite $\boldsymbol{D: y = 2x - 1}$ est une asymptote à la courbe de g au voisinage de $(+\infty)$.

6) a- Etudier la position de D et C_g sur $]1, +\infty[$.

b-Tracer D et C_g.


6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−10 −8 −6 −4 −2 2 4 6 8 10 12 14 16