Douma Ali

3ème Sciences

18/02/2023

Série N°7

Exercice N° 1

1. Soit $f(x) = \frac{1}{2}\cos(2x) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2x) + 1$.
   Calculer : $f(-\frac{\pi}{12})$ et $f(\frac{\pi}{3})$.
2. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$.
3. Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation : $f(x) = 1$.
4. Soit la fonction g définie sur $]-\pi, \pi[$ par :$g(x) = \dfrac{\sin(2x + \frac{\pi}{3})}{f(x)}$.
   a. Déterminer le domaine de définition D de g.
   b. Montrer que pour tout $x \in D$ on a : $g(x) = \tan(x + \frac{\pi}{6})$.
   c. En déduire : $\tan(\frac{\pi}{12}) = 2 - \sqrt{3}$

Exercice N° 2

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{2x^2 + bx + c}{ax - 2}$ avec b et c deux réels et a un réel non nul.
On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer les réels a, b et c pour que :
   * (C_f) admette la droite $(\Delta)x = 2$ comme asymptote .
   * (C_f) admette la droite en $A(1, -3)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses .
   Dans la suite en prend $a = 1, b = -7$ et $c = 8$.
2. Écrire $f(x)$ sous la forme $f(x) = \alpha x + \beta + \dfrac{\gamma}{x - 2}$ ou α, βet γ sont des réels qu'on déterminera .
   a. Étudier les variations de f .
   b. Préciser les asymptote de (C_f).
   c. Montrer que le point $I(2, 1)$ est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice N° 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
On donne les points $A(1, \sqrt{3}), B(-\sqrt{3}, 1)$ et $C(-2, -2\sqrt{3})$.

1. Déterminer les coordonnées polaires de A, B et C .
2. Placer les points A, B et C .
3. a) Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$.
   b) Déduire la nature du triangle OAB
4. Soit le point D tel que $OADB$ est un carré .
   a) Déterminer les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires du point D .
   b) Déduire une valeur exacte de $\cos \dfrac{5\pi}{12}$

Exercice N° 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + \alpha x + \beta$.

1. Déterminer les réels α et β pour que (C_f) passe par le point $A(1, 0)$ et admettent en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses .
2. Dans la suite on prend $\alpha = -3$ et $\beta = 2$.
   a) Déterminer les points de (C_f) ou la tangente est parallèle à
   la droite d'équation : $9x - y + 4 = 0$
   b) Écrire une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse a tel que $(a \in \mathbb{R})$.
   c) En déduire les tangente à (C_f) passant par $I(\dfrac{1}{3}, 1)$.

Exercice N° 5

Soit $ABCDEFGH$ un cube et les points I, J, k et P tels que I est le milieu de $[FC]$,
$\overrightarrow{EP} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{EH}$, $\overrightarrow{DK} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AI}$. On considère dans l'espace le repère $O, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$.

1. Déterminer les coordonnées de touts les points de la figure .
2. les points I, J, k et P sont -ils coplanaires .