

PROBABILITES (bac scientifique) Mr. FATNASSI BECHIR

Exo. n°10 : (Enoncé)

Une urne contient trois boules rouges marquées : $-1, 0, 1$ et deux boules blanches marquées $1, 1$ indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1°/ a / Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir deux boules de couleur différentes »

B : « Obtenir deux boules blanches »

C : « Obtenir deux boules marquées 1 »

b / Sachant que les deux boules tirées sont marquées 1, quelle est la probabilité qu'elles soient blanches

2°/ Soit X l'aléa numérique prenant pour valeur la somme des nombres marqués sur les deux boules tirées.

a / Déterminer la loi de probabilité de X.

b / Calculer son espérance. Interpréter le résultat obtenu.

c / Calculer sa variance.

d / Déterminer et construire la fonction de répartition de X

Exo. n°10 : (Solution)

1°/ a / R : désigne l'obtention d'une boule rouge

B : désigne l'obtention d'une boule blanche

$$p(A) = p\{(R, B) \text{ ou } (B, R)\} = \frac{(A_3^2) \times 2}{A_5^2} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} ; \quad p(B, B) = \frac{A_2^2}{A_5^2} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} ;$$

$$p(C) = p(1, 1) = \frac{A_3^2}{A_5^2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\text{b / } p(B/C) = \frac{p(B \cap C)}{p(C)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{3} \quad \text{Car : } p(B \cap C) = p(B_1; B_1) = \frac{A_2^2}{A_5^2} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

2°/ a / Les valeurs prises par X sont : $X(\Omega) = \{-1, 0, 1, 2\}$

$$p(\{X = -1\}) = p\{(-1, 0) \text{ ou } (0, -1)\} = \frac{(A_1^1 \times A_1^1) \times 2}{A_5^2} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$p(\{X = 0\}) = p\{(-1, 1) \text{ ou } (1, -1)\} = \frac{(A_1^1 \times A_3^1) \times 2}{A_5^2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$p(\{X = 1\}) = p(1, 0) + p(0, 1) = \frac{(A_3^1 \times A_1^1) \times 2}{A_5^2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$p(\{X = 2\}) = p(1, 1) = \frac{A_3^2}{A_5^2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Tableau de la loi de probabilité :

x_i	-1	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

b / L'espérance mathématique de X est :

$$E(X) = (-1) \times p(X = -1) + 0 \times p(X = 0) + 1 \times p(X = 1) + 2 \times p(X = 2)$$

$$= \frac{(-1) \times (1) + (0 \times 3) + (1 \times 3) + (2 \times 3)}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} > 0 \quad \text{On dit que le jeu est favorable.}$$

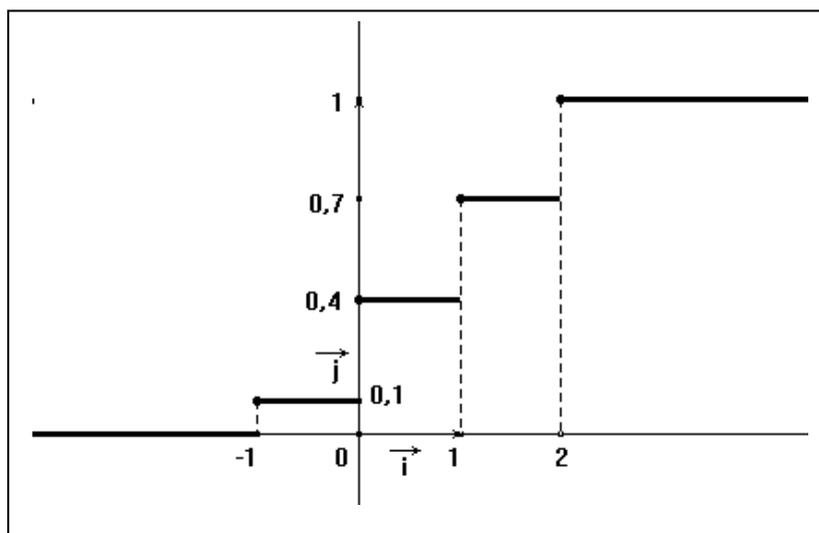
*** La variance de X est :** $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$$\text{Avec : } E(X^2) = (-1)^2 \times p(X = -1) + 0^2 \times p(X = 0) + 1^2 \times p(X = 1) + 2^2 \times p(X = 2)$$

$$= \frac{(1 \times 1) + (0 \times 3) + (1 \times 3) + (4 \times 3)}{10} = \frac{8}{5}$$

$$\text{D'où : } V(X) = \frac{8}{5} - \frac{16}{25} = \frac{24}{25}$$

$$\text{d/ } F(x) = p(X \leq x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in]-\infty, -1[\\ \frac{1}{10} = 0,1 & \text{si } x \in [-1, 0[\\ \frac{4}{10} = 0,4 & \text{si } x \in [0, 1[\\ \frac{7}{10} = 0,7 & \text{si } x \in [1, 2[\\ 1 & \text{si } x \in [2; +\infty[\end{cases}$$



Prof. Mr. FATNASSI BECHIR

LYCEE SECONDAIRE DE KORBA

FATNASSI BECHIR