Série : Oscillations électriques libre amortie (RLC) et non amortie (LC)

Prof : LABIADH Houcine

Exercice 01 : (35-40) min

On dispose d'un condensateur de capacité **C**, d'une bobine d'inductance **L** et de résistance **r** et d'un conducteur ohmique de résistance **R**. On se propose de déterminer les valeurs de **C**, **L**, **r** et **R**. Pour ce faire, on réalise les trois expériences suivantes:

I- Première expérience : le condensateur étant initialement déchargé, on réalise le circuit de la figure **1** ; où (G_1) est un générateur de courant électrique délivrant une intensité de courant constante $I_0 = 50\ \mu A$ et **K** est un commutateur à deux positions (**1**) et (**2**).

A l'instant initial **t = 0**, on place le commutateur **K** en position (**1**). A l'aide d'un dispositif approprié d'acquisition de données, on suit l'évolution temporelle de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur et on trace la courbe correspondante. On obtient alors le chronogramme de la figure **2** de la feuille annexe (page **5/5**).

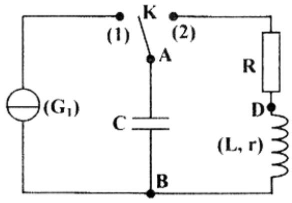


Figure 1

1) Exprimer la tension $u_{AB}(t)$ aux bornes du condensateur en fonction de I_0, **C** et du temps **t**.

2) En exploitant le chronogramme de la figure **2** de la feuille annexe (page **5/5**), déterminer la valeur de **C**.

II- Deuxième expérience : lorsque la tension aux bornes du condensateur devient égale à U_0, on bascule le commutateur **K** en position (**2**). On prend cet instant t_0 comme nouvelle origine des temps ($t_0 = 0$).

Le suivi de l'évolution temporelle de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur permet d'obtenir le chronogramme de la figure **3** de la feuille annexe (page **5/5**).

1) a- Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension aux bornes du condensateur peut s'écrire sous la forme: $LC\dfrac{d^2u_{AB}(t)}{dt^2} + (R+r)C\dfrac{du_{AB}(t)}{dt} + u_{AB}(t) = 0$.

b- Exprimer l'énergie totale de l'oscillateur réalisé en fonction de **L**, **C**, $u_{AB}(t)$ et $\dfrac{du_{AB}(t)}{dt}$.

c- Déduire que cette énergie diminue au cours du temps.

2) En exploitant le chronogramme de la figure **3** de la feuille annexe (page **5/5**):

a- nommer le régime des oscillations électriques mises en jeu dans le circuit;

b- vérifier que l'inductance de la bobine est $L \approx 0,5$ **H**, sachant que la pseudopériode **T** des oscillations électriques est pratiquement égale à la période propre T_0 de l'oscillateur (**L**,**C**) ;

c- donner la valeur de la tension U_0 aux bornes du condensateur à l'instant $t_0 = 0$;

d- déterminer l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants $t_0 = 0$ et $t_1 = 67,5$ **ms**.

III- Troisième expérience : on réalise maintenant le circuit de la figure **4** ; où (G_2) est un générateur de tension de fem **E** et de résistance supposée négligeable et **K'** est un interrupteur.

A un instant **t = 0**, pris comme origine des temps, on ferme **K'**. A l'aide d'un dispositif approprié, on suit l'évolution temporelle de la tension u_{DB} aux bornes de la bobine et on trace la courbe correspondante. On obtient alors le chronogramme de la figure **5** de la feuille annexe (page **5/5**). On trace la tangente (Δ_0) à ce chronogramme au point d'abscisse **t = 0**.

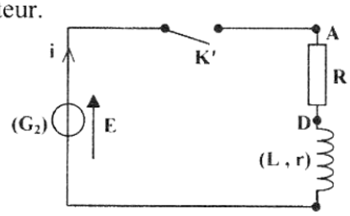


Figure 4

1) Nommer le phénomène qui se manifeste dans la bobine à la fermeture de l'interrupteur **K'**.

2) L'équation différentielle régissant l'évolution de la tension aux bornes de la bobine s'écrit:

$$\frac{du_{DB}(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}u_{DB}(t)=\frac{rE}{L}$$; où τ est la constante de temps du circuit, qui s'exprime par: $\tau=\frac{L}{R+r}$.

a- Déterminer l'expression de la tension U_{b_0} aux bornes de la bobine en fonction de **E**, **r** et **R** lorsque le régime permanent s'établit dans le circuit.

b- Déduire qu'en régime permanent, la tension aux bornes du conducteur ohmique est: $U_{R_0}=\frac{RE}{R+r}$.

3) En exploitant le chronogramme de la figure **5** de la feuille annexe (page **5/5**):

a- déterminer les valeurs de **E**, U_{b_0} et τ ;

b- déduire les valeurs de **r** et **R** ;

c- tracer sur la figure **5** de la feuille annexe (page **5/5**), **à rendre avec la copie**, l'allure du chronogramme traduisant l'évolution temporelle de la tension u_{AD} aux bornes du conducteur ohmique. Préciser la valeur de cette tension lorsque le régime permanent s'établit dans le circuit.

Figure 2

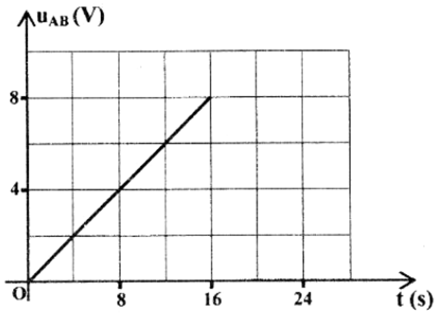
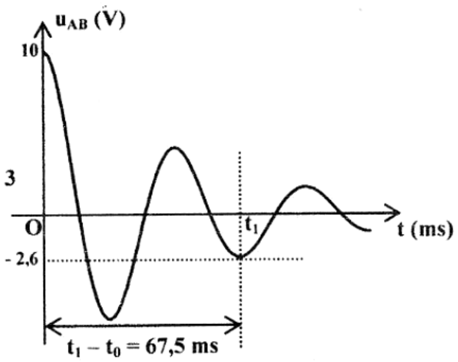


Figure 3



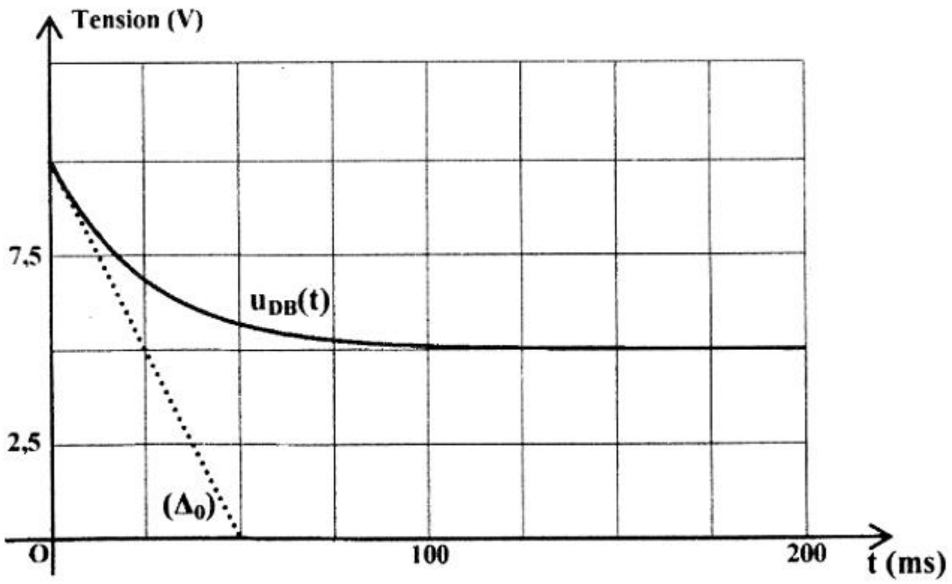


Figure 5

Exercice 02 : (30-35) min

On considère le circuit électrique schématisé sur la **figure 3** et comprenant un générateur idéal de tension de fem **E**, un conducteur ohmique de résistance **R = 50 Ω**, une bobine d'inductance **L** et de résistance **r**, un condensateur de capacité **C** et un commutateur à deux positions **(1)** et **(2)**. On charge le condensateur en fermant le circuit sur la position **(1)** du commutateur puis, à un instant $t_0 = 0$ **s** pris comme origine des dates, on bascule le commutateur sur la position **(2)**.

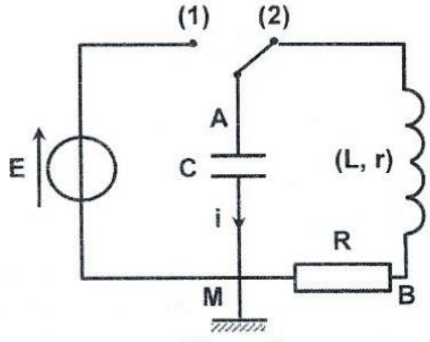


Figure 3

1) Justifier que la charge du condensateur se fait d'une manière instantanée.

2) a- Exprimer, en fonction de $u_{AM}(t)$, l'intensité **i(t)** du courant électrique ainsi que chacune des tensions $u_{BM}(t)$ et $u_{AB}(t)$. On adoptera le sens de courant indiqué sur la **figure 3**.

b- Vérifier que l'équation différentielle régissant les variations de la tension $u_{AM}(t)$ peut s'écrire :

$$LC\frac{d^2u_{AM}(t)}{dt^2}+(R+r)C\frac{du_{AM}(t)}{dt}+u_{AM}(t)=0.$$

3) Les courbes $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ de la **figure 4** traduisent l'évolution au cours du temps des tensions $u_{AM}(t)$ et $u_{BM}(t)$.

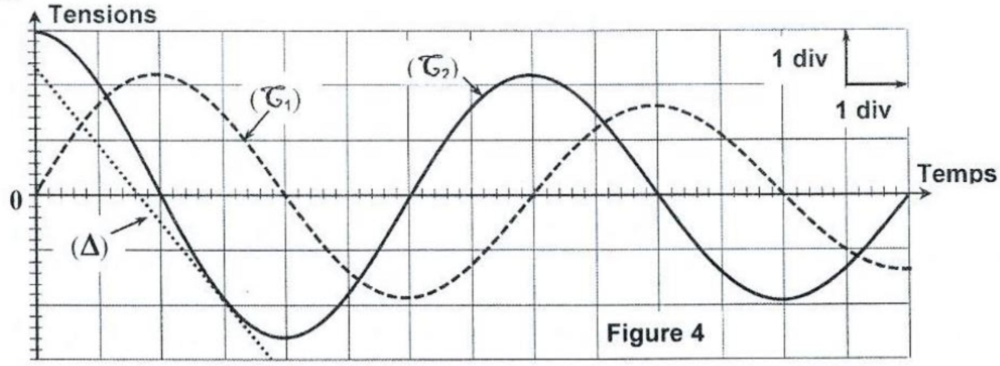


Figure 4

Temps : 1div → 1ms ; Courbe $(\mathcal{C}_1)$: 1div → 0,2 V ; Courbe $(\mathcal{C}_2)$: 1div → 2 V

(Δ) : La tangente à la courbe $(\mathcal{C}_2)$ à l'instant de date $t_1 = 3$ **ms**.

a- Identifier en le justifiant la courbe représentant $u_{AM}(t)$.

b- Déterminer, à partir des courbes précédentes, les valeurs de :
- la fem **E** du générateur de tension ;
- la pseudopériode **T** des oscillations ;
- l'intensité i_1 du courant électrique à l'instant $t_1 = 3$ **ms**.

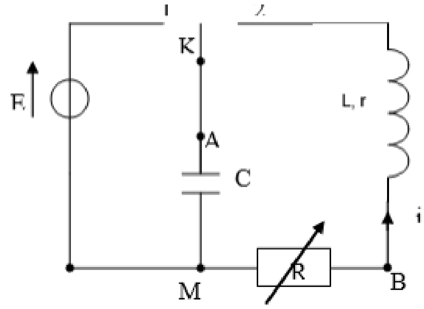
c- Déterminer graphiquement la valeur de $\left(\frac{du_{AM}(t)}{dt}\right)_{t_1}$. Déduire que $C \simeq 2{,}1\mu F$.

d- Déterminer la valeur de l'inductance **L** de la bobine sachant que la pseudopériode est pratiquement égale à la période propre de l'oscillateur.

4) a- Montrer que l'énergie électromagnétique dissipée par l'oscillateur au bout de la première pseudopériode s'écrit $E_{dissipée} = \frac{1}{2}C(E^2 - 19{,}36)$. Calculer sa valeur.

b- Justifier, par recours à l'équation différentielle, que cette énergie est dissipée sous forme thermique.

Exercice 03 : (30-35) min



Le circuit électrique ci – contre comporte un générateur idéal de tension continue de fem E=6V, un commutateur K, un condensateur de capacité C = 31 μF , une bobine d'inductance L= 0,5H et de résistance interne r=10 Ω et un résistor de résistance R réglable.

Un oscilloscope numérique permet d'enregistrer l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur.

1) On place le commutateur K sur la position 1 pour charger complètement le condensateur.
- **a)** Pourquoi la charge du condensateur est-elle instantanée?
- **b)** Déterminer, à la fin de cette opération, la valeur algébrique de la charge q_M de l'armature M et la valeur de l'énergie électrostatique qu'il emmagasine.

2) On prend R=0 et À l'instant t = 0s, on bascule le commutateur dans la position 2. On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure-2 de la feuille annexe.
- **a)** Quel est le nom du régime des oscillations obtenues.
- **b)** Expliquer les termes soulignés dans la phrase suivant :
- **c)** Les oscillations sont **libres** **amorties**.
- **d)** Déterminer la valeur de :
  - **d-1** la pseudo – période T des oscillations.
  - **d-2** la période T_E de l'énergie électrostatique de l'oscillateur.
  - **d-3** la variation de l'énergie de l'oscillateur entre les instants t = 0 et t =$\frac{3T}{4}$.

3) Les variations en fonction du temps des énergies E_C et E_L sont représentées sur la figure-3- de la feuille annexe. Identifier, en le justifiant, les deux courbes (a) et (b) de la figure -3-.

4) Lorsqu'on répète la même expérience pour chacune des valeurs suivantes de, R=10 Ω, R = 100 Ω et R = 200 Ω, on obtient les courbes (I), (II) et (III) de la figure-4-. Compléter le tableau du document à remettre en indiquant la valeur de R et le nom du régime des oscillations.

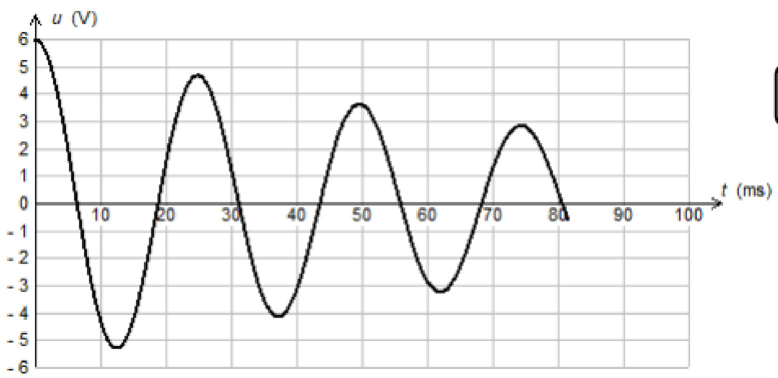


Figure-2-

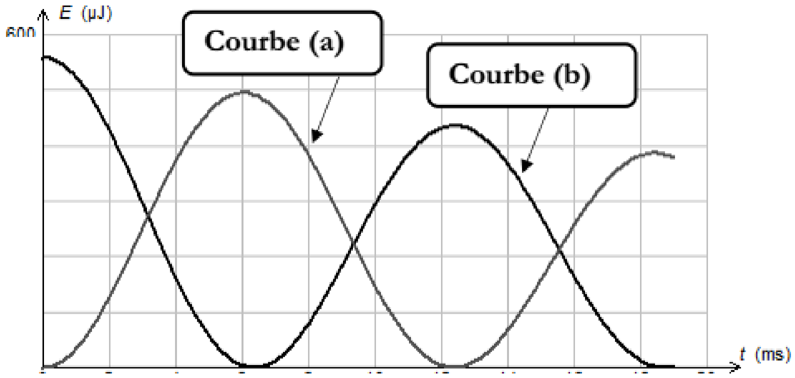


Figure-3-

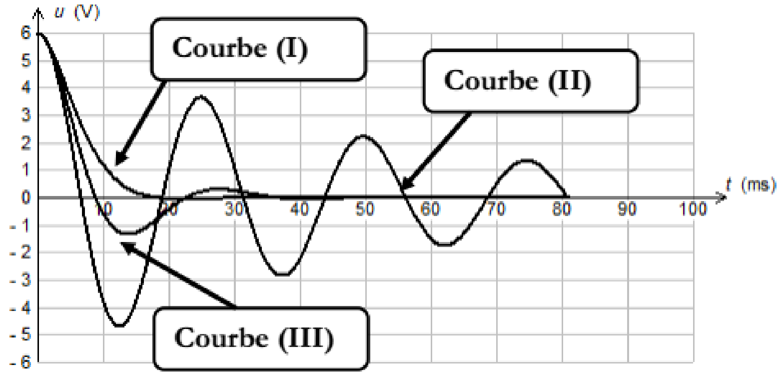


Figure-4-

Valeur de R	10	100	200
Courbe correspondante			
Régime d'oscillation			

Exercice 04 : (30-35) min

On réalise le montage de la **Figure-4** avec la même bobine **(L,r)** et le condensateur de capacité **C=2,5µF.** L'interrupteur **k** est en position **(1).**
A une date **t=0** on bascule **k** en position (**2**). La **figure-5** représente l'évolution de **u_C(t).**

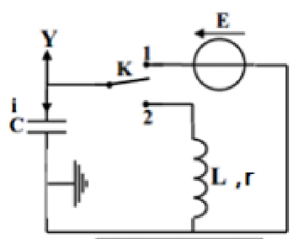


Figure-4

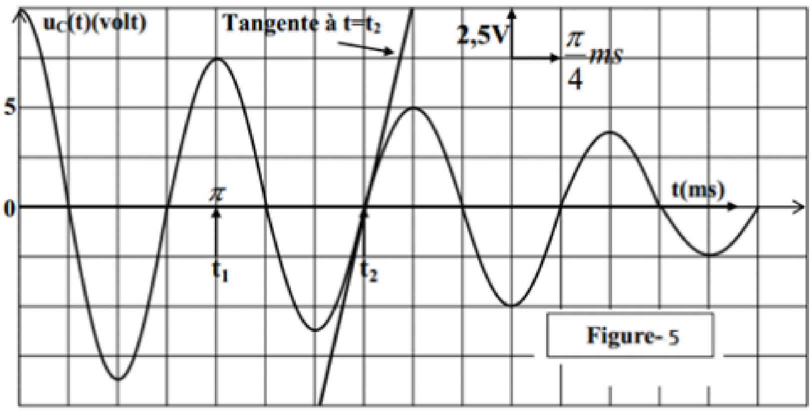


Figure- 5

A / 1) Montrer que l'équation différentielle en **u_C** est : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \alpha\frac{du_C}{dt} + \beta\, u_c = 0.$

En déduire les expressions de α et β .

2) L'enregistrement de **u_C(t)** est représenté à **la Figure-5.**

-a- Nommer le régime d'oscillation.
-b- Sachant que l'on peut assimiler la pseudo-période des oscillations à la période propre T_0 du circuit oscillant **(L,C),** calculer l'inductance **L** de la bobine.
-c- Rappeler l'expression de l'énergie totale de cet oscillateur et montrer qu'elle diminue au cours du temps.
3) Calculer l'énergie dissipée sous forme thermique pendant la durée $\Delta t = t_2 - t_1$.

B / On refait la même expérience en remplaçant la bobine précédente par une autre bobine d'inductance **L'** et de résistance négligeable tout en conservant le même condensateur et en changeant d'origine de dates.

1) K_2 étant ouvert, on ferme K_1. Après une brève durée, le condensateur porte une charge maximale Q_0 et emmagasine une énergie électrostatique E_0.
Donner l'expression de E_0 en fonction de Q_0 et **C.**
2) Le condensateur étant chargé ; à **t = 0** on ouvre K_1 et on ferme K_2.
-a- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge du condensateur **q**.
-b- Une fois les oscillations crées, le circuit **LC** s'arrêtera-t-il d'osciller ? Justifier.
-c- Montrer que l'oscillateur est conservatif.
3) Une étude expérimentale à permis de tracer les **courbes (1)** et **(2)** donné par la **figure 3**- traduisant respectivement les variations de l'énergie magnétique E_L en fonction de **i** et en fonction du temps.
a- En exploitant la **courbe (1),** déduire les valeurs de **L** et de E_0.
b- En exploitant la **courbe (2),** déduire la valeur de T_0.
–c- Déterminer alors **C** et Q_0.

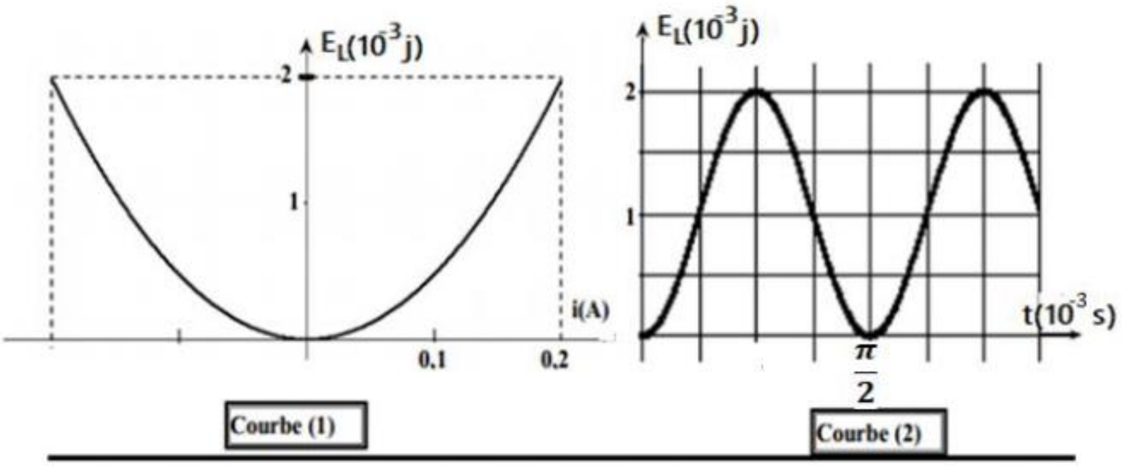
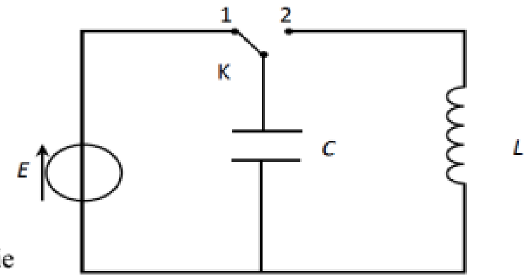


Figure-6-

Exercice 05 : (35-40) min

PARTIE A :



On réalise le circuit suivant comportant :
- Un condensateur de capacité **C**;
- Une bobine d'inductance **L** et de résistance négligeable ;
- Un générateur qui délivre une tension contenue **E** et un commutateur (K).

1°/ Le commutateur étant en position (1), exprimer l'énergie E_C emmagasinée dans le condensateur en fonction de C et E.

2°/ A l' instant de date t = 0s, on bascule (K) en position (2) et on visualise sur un oscilloscope la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur (figure 5 de la feuille annexe)

a- Etablir l'équation différentielle du circuit relative à u_C.

b- Préciser la nature des oscillations obtenues.

c- Vérifier que $\mathbf{u_C(t)= U_{Cmax} \sin (w_0 t + \varphi_{uc})}$ est une solution de l'équation différentielle.

d- Donner l'expression de $u_C(t)$, en précisant les valeurs de U_{Cmax}, w_0 et φ_{uc}.

e- Déduire l'expression de $u_L(t)$: tension aux bornes de la bobine. Représenter $u_L(t)$ sur la figure 5

3°/a- Donner l'expression de l'énergie totale E emmagasinée dans le circuit LC en fonction de u_C, i, L et C.

b- Montrer que l'énergie E se conserve au cours du temps.

c- Montrer que l'énergie E_C emmagasinée dans le condensateur s'écrit $\mathbf{E_C = E - \frac{1}{2} L i^2}$

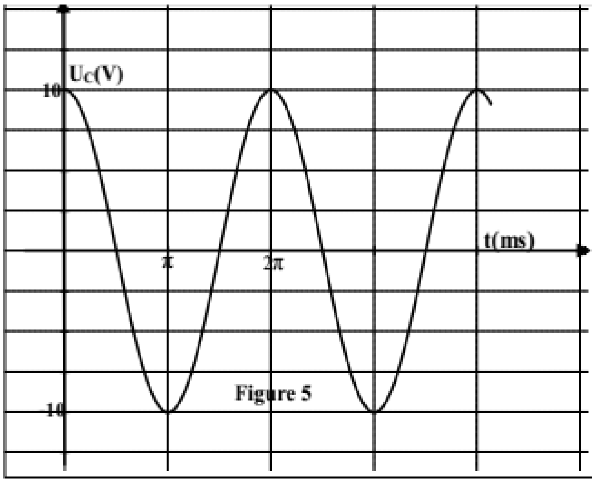
4°/ Une étude expérimentale permet de tracer la courbe de la figure 6 (Feuille annexe)

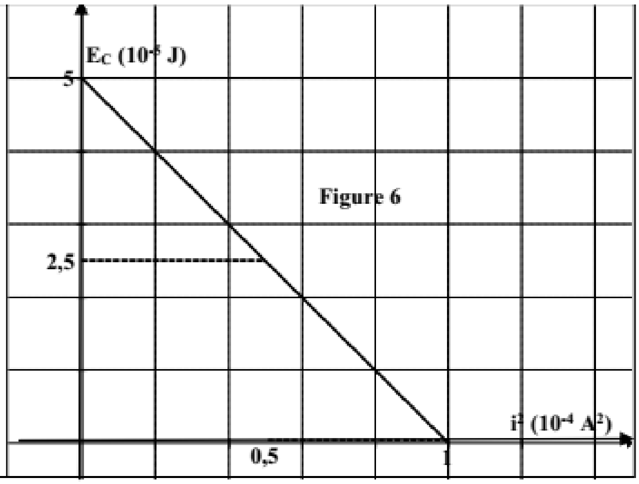
a- Déterminer graphiquement :

- La valeur de l'inductance L ;
- La valeur maximale I_m de l'intensité de courant.

b- Déduire la valeur de la capacité C.

c- Tracer sur le même figure la courbe $E = f(i^2)$ et celle de $E_L = g(i^2)$





PARTIE B :

On remplace la bobine précédente par une autre d'inductance L' et de résistance r. On charge le condensateur sous la même tension E. A l'instant choisi pour origine des dates, on ferme le commutateur K sur la position 2. La courbe de la figure 7 (ci-dessous) représente l'évolution au cours du temps de la charge q de l'armature positive de condensateur.

1°/ Nommer le type d'oscillations observées. Préciser le régime des oscillations.

2°/ Déterminer la valeur de pseudo période T.

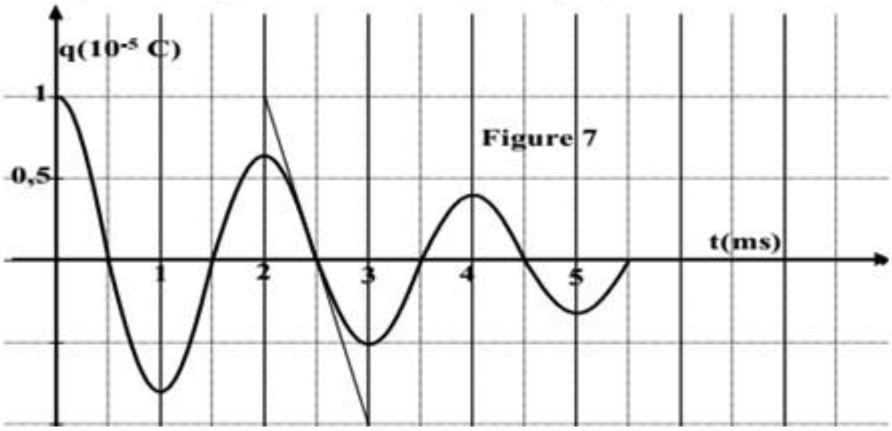
3°/ Déduire la valeur de l'inductance L' **(On prendra $T \approx T_0$ (période propre))**.

4°/ On donne l'équation différentielle vérifié par la charge q(t) :

$$L' \frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

a- Montrer que : $\frac{dE}{dt} = - r\,(\frac{dq}{dt})^2$. (E : L'énergie totale du circuit RLC série à un instant donnée)

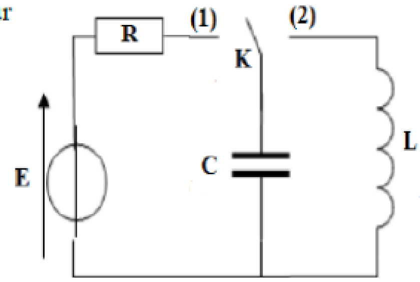
b- Calculer la perte d'énergie entre les instants $t_0 = 0$ et $t_1 = 1{,}25\ T$.

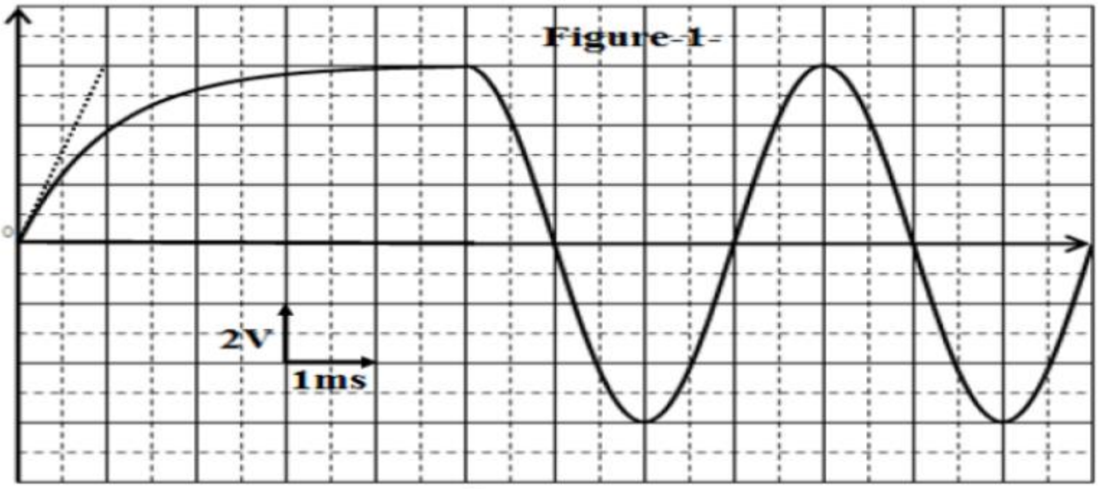


Exercice 06 : (30-35) min

Un condensateur de capacité **C** est chargé au travers d'un conducteur ohmique de résistance **R =1 kΩ** lorsque l'interrupteur K est en position (**1**). En basculent l'interrupteur dans la position (**2**) le condensateur se décharge dans une bobine d'inductance **L** et de résistance négligeable (Voir figure ci-contre).

La tension u_C aux bornes du condensateur est visualisée sur l'écran d'un oscilloscope à mémoire (Figure-1-).





1°/ Evaluer la durée Δt où l'interrupteur se trouve dans la position (1).

2°/a- En exploitant la courbe de la figure-1- déterminer la constante de temps τ Ainsi que la valeur de la f.é.m. **E** du générateur.

b- Déduire alors la valeur de la capacité **C**.

3°/ Lorsque le régime permanant est établit, on bascule l'interrupteur K en position (2): c'est la nouvelle origine des dates.

a- Quelle est le régime des oscillations de la tension u_C.

b- Les oscillations de la tension u_C sont-elles libres ? Sont-elles amorties ? Pourquoi ?

c- Déterminer graphiquement la période propre **To** des oscillations de la tension u_C (t). Déduire la valeur de l'inductance **L** de la bobine. (On prend $\pi^2 = 10$)

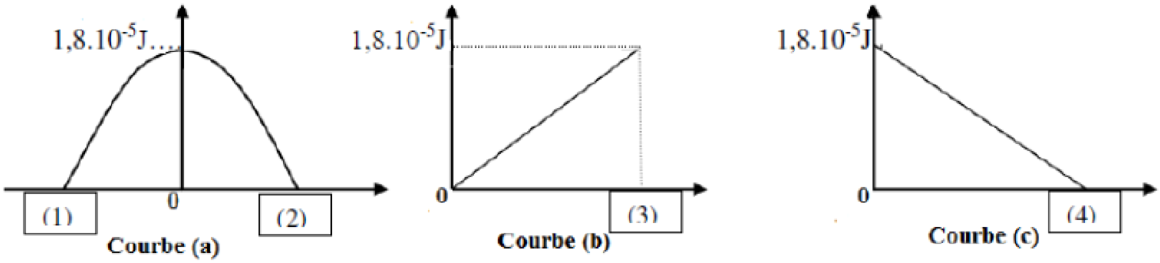
d- Déterminer l'expression numérique de la tension $u_C(t)$.

e- Déduire les valeurs des amplitudes $\mathbf{Q_m}$ de q(t) et $\mathbf{I_m}$ de i(t).

4°/a- Montrer qu'à tout instant au cours des oscillations, l'énergie totale E de circuit LC prend une valeur constante égale à $\frac{C.U_{Cm}^2}{2}$.

b- Montrer qu'au cours des oscillations, l'énergie magnétique s'écrit $\mathbf{E_L = ½\, C\, (U_{Cm}^2 - u_C^2)}$

5°/ Les trois courbes suivantes représentent : $E_L = f(i^2)$; $E_L = f(u_C)$ et $E_L = f(u_C^2)$



a- Identifier, en le justifiant, les courbes (a), (b) et (c).

b- Remplir les cases vides (1), (2), (3) et (4) par les valeurs correspondantes.

c- Retrouver les valeurs de **L** et de **C**.