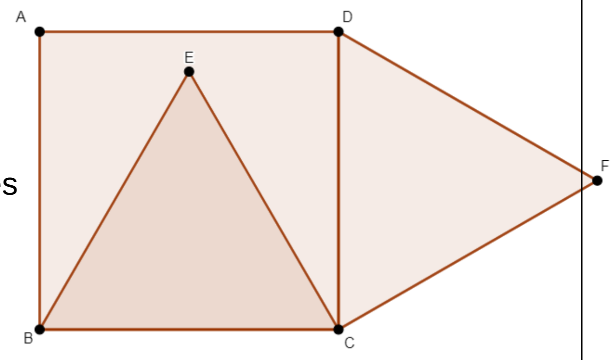
| Lycée Ibn Elhaythem Matmata Nouvelle<br>devoir contrôle n°1<br>11/11/2023 | Epreuve : *Mathématiques*<br>Prof : Kayel .M | |
|---|---|---|
| | Durée : 2heures | $3^{éme}M$ |

**NB :votre copie doit être claire ;la justification et le numéro des questions sont obligatoires**

## Exercice N°1 (4pts)

Le plan est orienté dans le sens direct .on considère le carre ABCD tel que $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ . EBC et DCF deux triangles équilatéraux directs

1/ Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{BE};\overrightarrow{BA})$ ; $(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CE})$




2/ a) Montrer que $(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{EC}) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$

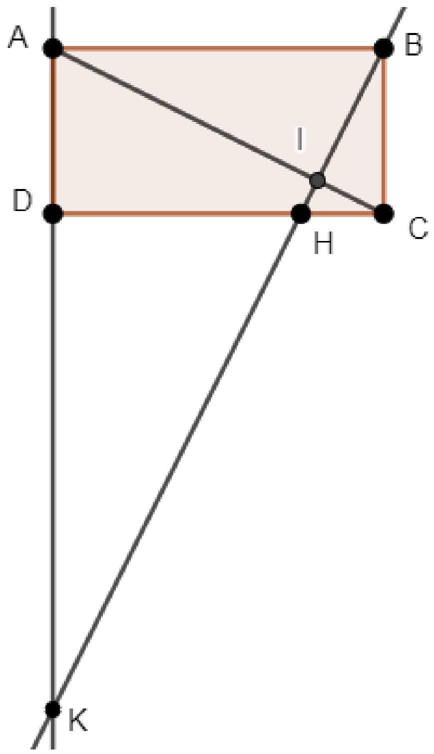
b) En déduire que les points E ; A et F sont alignés

3/ montrer que (BE) et (DF) sont perpendiculaires

## Exercice N°2 (5.5pts)

Soit ABCD un rectangle tel que AB =2BC = 2 et H un point de [CD] tel que CH = $\frac{1}{2}$

la droite ( BH ) coupe (AC) en I et (AD) en K




1/ Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CH}$

2/ En déduire que (CA) et (BH) sont perpendiculaires

3/ a) Calculer BH

b) Calculer $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{BC}$.en déduire BI = $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

4/ Soit O le milieu de [AB]

a) Déterminer et construire l'ensemble

$C = \{ M \in P \ tq\ AM^2 + BM^2 = 6 \}$

b) Soit $b$ *un reel et* $\Delta = \{ M \in P\ \ tq\ :\ AM^2 - BM^2 = b \}$

Comment faut –il choisir le réel b pour que Δ soit tangente à l'ensemble C

## Exercice N°3 (5.5pts)

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x - 1}$

1/ déterminer le domaine de définition $D_g$ de g

2/montrer que pour $x \in D_g$ on a : $g(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2+3} + 2}$

g est –elle prolongeable par continuité en 1 ; si oui définir ce prolongement

3/soit h la fonction définie sur IR par h(x) = $\begin{cases} \frac{2|x|x - 3}{2 - x} & si \quad x < 0 \\ x^3 + x - \frac{3}{2} & si \quad 0 \leq x \leq 1 \\ g(x) & si \quad x > 1 \end{cases}$ ;

a) calculer $\lim_{+\infty} h(x) \;\; et \;\; \lim_{-\infty} h(x)$

b) Montrer que h est continue en 1

c) montrer que h est continue sur IR

## Exercice N°4 (5pts)

Soit g la fonction définie sur ] - ∞ ; 1] par g(x) = $(x - 2)\sqrt{1 - x}$

1/ a) Montrer que g est strictement croissante sur ] -∞ ; 1 ]

b) Montrer que l'équation g( x ) = - **1** admet une unique solution $\alpha$ dans [0 ; 1]

c) En déduire le signe de g(x) sur ] -∞ ; 1 ]

2/ Résoudre alors dans ] - ∞ ; 1] l'équation : $\sqrt{1 - x} > \frac{1}{2 - x}$

3/ Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = $\begin{cases} (x - 2)\sqrt{1 - x} + a & si \quad x \leq 1 \\ \frac{1 - \sqrt{2x^2 - 1}}{\sqrt{x} - 1} & si \quad x > 1 \end{cases}$

Déterminer le réel a pour que f soit continue en 1

**Bonne chance**