Prof : Douma Ali 27/10/2022

Feuille d'exercices N°1

****

Mathématiques

Classe:3ème Sciences

Exercice N° 1

Donner l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$f : x \longmapsto \sqrt{x^2-1}$; $g : x \longmapsto \sqrt{\dfrac{1-x+2x^2}{x^2}}$; $h : x \longmapsto \sqrt{\dfrac{1}{x-1}}$;

$k : x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$; $l : x \longmapsto \sqrt{x(1-x)}$

Exercice N° 2

Soit la fonction f définie par : $f : x \longmapsto \dfrac{2x}{x^2+|x|+1}$

1) a) Montrer que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ et que f est une fonction impaire .

b) Montre que f est majorée sur $\mathbb{R}$ par 2 .

c) En déduire que f est bornée sur $\mathbb{R}$.

2) Soit g la restriction de f définie sur $\mathbb{R}_+$.

a) Donner l'expression de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+$

b) Donner le minimum de g sur $\mathbb{R}_+$

c) 2 est-il le maximum de g sur $\mathbb{R}_+$?

d) Etudier le signe de $(g(x) - \dfrac{2}{3})$ sur $\mathbb{R}_+$

e) En déduire le maximum de g sur $\mathbb{R}_+$

f) Déterminer alors le maximum et le minimum de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice N° 3

Soit f une fonction impaire définie sur $\mathbb{R}$ telle que sa restriction g sur $\mathbb{R}_+^*$ est définie par : $g(x) = \dfrac{x+1}{x^2+3}$

1) a) Montrer que la fonction g est minorée sur $\mathbb{R}_+^*$

b) Montrer que la fonction g admet un maximum en 1 sur $\mathbb{R}_+^*$

2) a) Soient a et b deux réels de $[1, +\infty[$, tel que $a \langle b$.

Montrer que $g(a)-g(b)=\dfrac{(b-a)(ab+a+b-3)}{(a^2+3)(b^2+3)}$

b. En déduire que g est monotone sur $[1,+\infty[$

3. Soit h la restriction de f sur $\mathbb{R}_-^*$

a. Calculer : h(-3)

b. Donner l'expression de $h(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}_-^*$.

Exercice N° 4

1. Soit la fonction g définie par $g(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

a. Déterminer le domaine de définition de g .

b. Montrer que g est minorée par 0 sur $]0,+\infty[$

2. Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+2}$

a. Vérifier que f est paire .

b. Monter que f est strictement décroissante sur $[0,+\infty[$

c. Déduire que f est strictement croissante sur $-\infty,0]$

3. Montrer que pour tout réel x on a : $0\leq f(x)\leq\dfrac{1}{3}$

4. a. 0 est-il un minimum pour f sur $\mathbb{R}$

b. $\dfrac{1}{3}$ est-il un maximum pour f sur R

Exercice N° 5

Soit la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{4x-x^2}$

1. Déterminer le domaine de définition de$f$

a. Vérifier que pour tout réel x de $[0,4]$; f(x) $=\sqrt{4-(x-2)^2}$

b. Étudier le sens de variation de f sur chacun des intervalles $[0,2]$ et $[2,4]$

c. En déduire la valeur maximale de f.

2. Montrer que l'image de l'intervalle $[0,2]$ par f est l'intervalle $[0,2]$