⋄⋄⋄ République Tunisienne / Ministère de l'éducation ⋄⋄⋄			A.S. : 2022/2023
Matière: Mathématiques	3ème Sc.Exp	Date: 02/06/2023	Durée : 3h

Devoir de Synthèse n°3

Exercice N° 1 (4 points)

Le tableau ci-dessous nous donne les relevés de l'intensité du travail x_i, en kilo joules par minute et la fréquence cardiaque, y_i (nombre de battements par minute) de 6 personnes :

x_i	10	13	18	31	37	47
y_i	70	86	90	104	120	128

1) Les résultats de cette question seront arrondis à 10^{-2} près.

a) Représenter le nuage de points $M(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G et la placer

2) a) Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage des points $M_i(x_i, y_i)$ avec $i \in \{1, 2, 3\}$

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G_2 du nuage des points avec $M_i(x_i, y_i)$ avec $i \in \{4, 5, 6\}$

3) a) Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x .
Construire cette droite sur le graphique .

b) Utiliser cette équation pour prévoir le nombre par minute correspondant à un travail de 40 kilo joules

c) Utiliser cette équation pour prévoir l'intensité du travail correspondant à 100 battement par minute

Exercice N° 2 (6 points)

Une urne contient $\begin{cases} \text{3 jetons rouges numérotés } 1, 1, 1 \\ \text{5 jetons blanc numérotés } -2, -2, -2, 1, 1 \text{ .} \end{cases}$

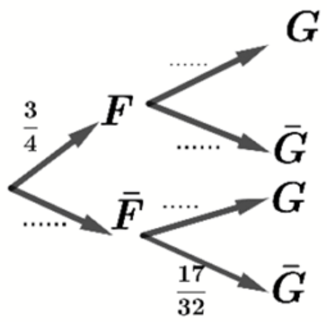
1) On tire **simultanément 3 jetons** de l'urne. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
A :≪ Obtenir 3 jetons de même couleur ≫ .
B :≪ Obtenir 3 jetons portant le même nombre ≫
C :≪ Obtenir 3 jetons de même couleur ou 3 jetons de même nombre ≫.
D :≪ Obtenir 3 jetons portant des nombres dont le produit est négatif ≫

2) On tire un jeton de l'urne :
• S'il est blanc **on le remet dans l'urne** et **on tire simultanément** 3 jetons de l'urne.
• S'il est rouge **on ne le remet pas** puis on tire **successivement et sans remise** 2 jetons de l'urne.

Déterminer la probabilité de l'évènement : E :≪ Tirer 3 jetons rouges ≫

3. Une 3ème épreuve consiste à **lancer une pièce de monnaie non équilibré telle que la probabilité d'obtenir face est le triple d'obtenir pile** :
★ Si on obtient face on tire **simultanément deux jetons** de l'urne .
★ Si non , on tire **successivement et avec remise deux jetons** de l'urne.
On considère les événements :

- F :≪ obtenir face ≫
- G ≪ Tirer 2 jetons de même couleurs ≫ .



a) Montrer que $p(F) = \dfrac{3}{4}$.

b) Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre

c) Montrer que $p(G) = \dfrac{431}{896}$

Exercice N° 3 (6 points)

On considère la suite (U_n) définie par : Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = \dfrac{3}{2} \\ u_{n+1} = 5 - \dfrac{4}{u_n}. \end{cases}$.

1. Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 5 - \dfrac{4}{x}$.

   a) Étudier les variations de f sur $]0, +\infty[$

   b) Placer sur la figure ci- jointe (Figure 1) les 3 premiers termes de suite (U_n) .

   c) Conjecturer graphiquement la monotonie et la limite de la suite (U_n)

2. a) Calculer U_1 et U_2 . Vérifier que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

   b) Montrer que pour tout entier naturel n on a : $1 \leqslant U_n \leqslant 4$.

   c) Montrer que la suite (U_n) est croissante.

3. On pose $V_n = \dfrac{U_n - 4}{U_n - 1}$

   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{4}$

   b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n.

   c) calculer alors la limite de la suite (U_n)

4. On considère la suite (W_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $W_n = \dfrac{3}{U_n - 1}$ et on pose : $S_n = \sum\limits_{k}^{n} W_k$.

   a) Montrer que pour tout entier n , $W_n = 1 - V_n$

   b) Montrer que : $S_n = n + 1 + \dfrac{20}{3}\left(1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

   c) Calculer : $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{S_n}{n}$

Exercice N° 4 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sin x + \dfrac{1}{2}\cos 2x$.

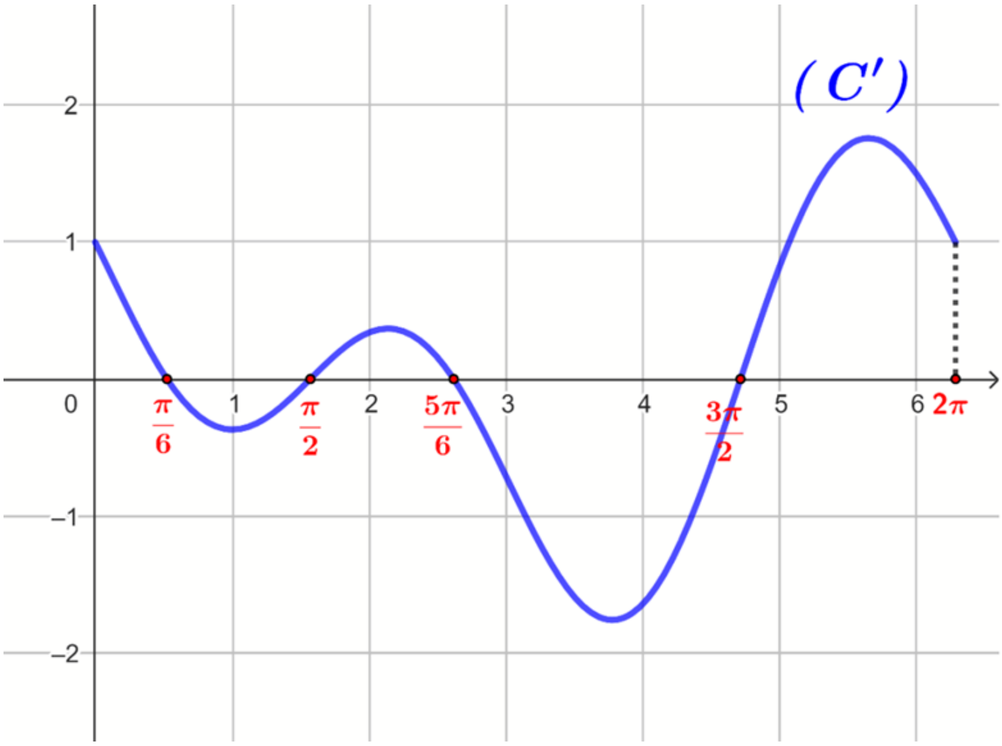
On désigne par C la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

1) a) Montrer que la fonction f est périodique de période 2π .

b) Montrer que f n'est ni paire ni impaire.

2) a) Montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$ on a : $f'(x) = (1 - 2\sin x)\cos x$

b) On a tracé ci-dessous la représentation graphique (C') de la restriction de la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0, 2\pi]$
Utiliser le graphique ci-dessous pour dresser le tableau de variation de f sur $[0, 2\pi]$.



c) Tracer la représentation graphique de f dans la figure 2 de l'annexe ci-jointe

Annexe à rendre avec votre copie

Nom et prénom .... Classe ....

Figure N°1:

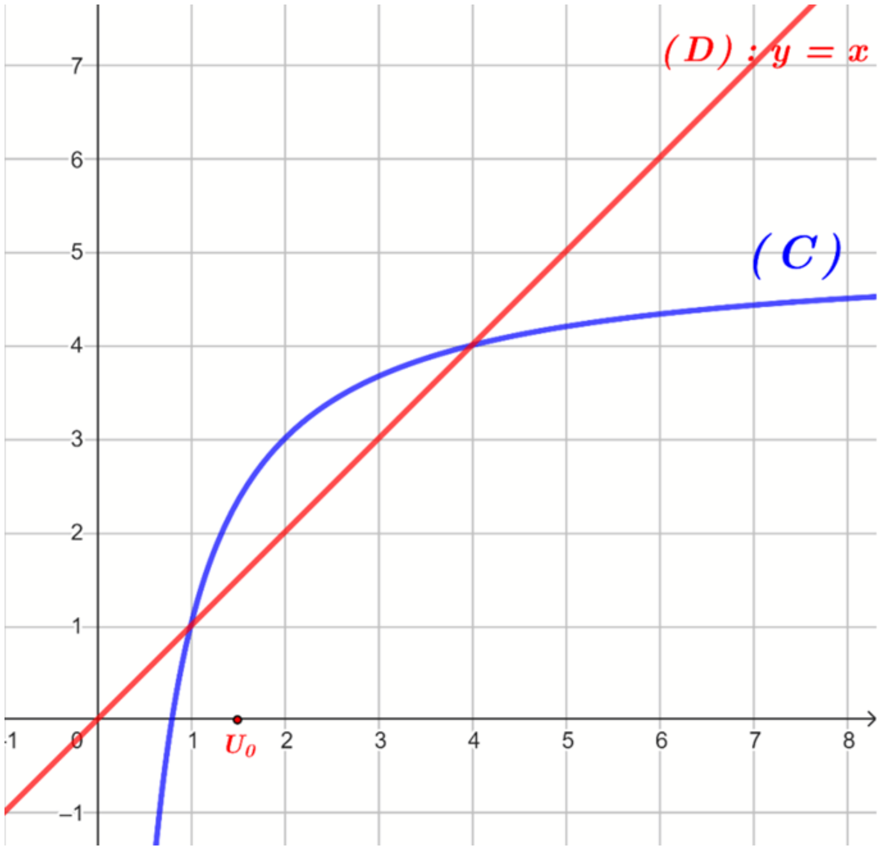
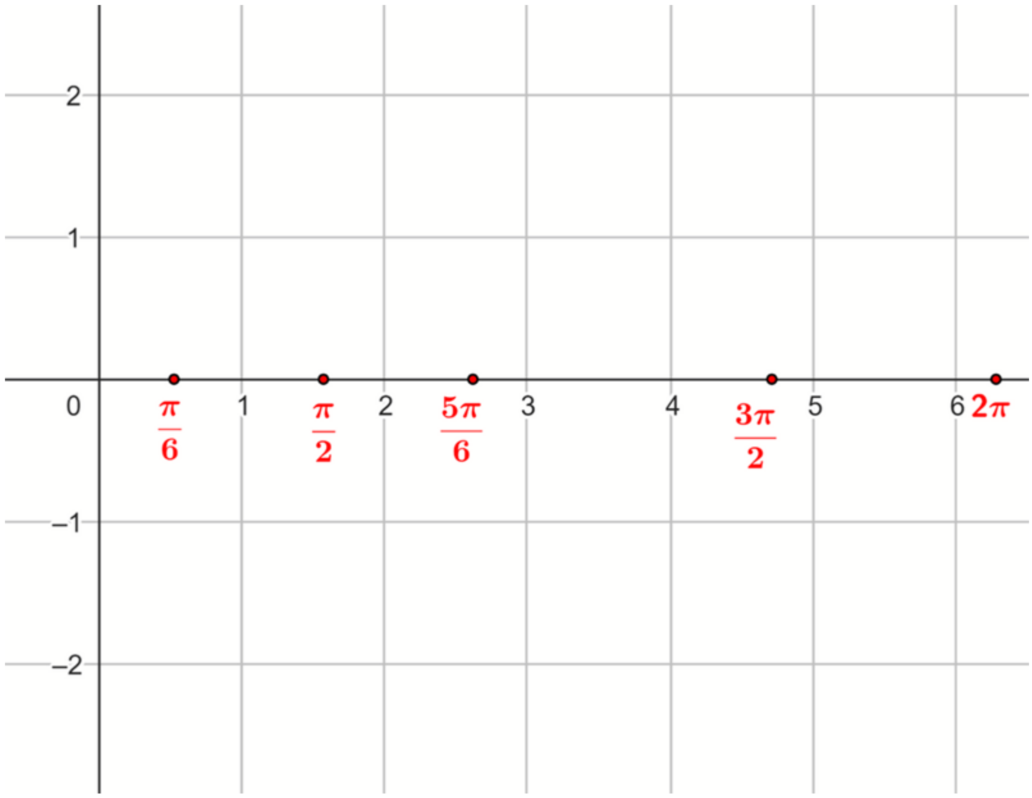


Figure N°2:



Profs et Lycées :

Hanen Ben Mustapha (L.Utique Bizerte)/ **Gari Habib**(L.Bir Lahmar Tataouine)
Jmil Belgacem (L.Rogba.Tataouine)/ **Debbabi Mohamed** (L.Cité Ennour.Tataouine)
Noureddine Ghandour (L.Mahrajene.Tataouine) / **Walid Jebali** (L.Ibn Rochd Menzel Bourguiba.Bizerte) **Zaied Ali** et **Douma Ali** (L.Ghraiba Sfax1)