Matière: Mathématiques	Niveau : 3è Sc1	A.S: 06/05/2023	Durée : 2h

Devoir de controle n°3

Exercice N° 1(7 points)

Une urne contient 10 jetons : $\begin{cases} \text{6 jetons blancs numérotés } 1,1,2,3,3,3 \\ \text{4 jetons noirs numérotés } 1,2,2,3 \end{cases}$.

I/ On tire simultanément 3 jetons de l'urne :
Déterminer le nombre de tirage comprenant :

1. 3 jetons de même couleur .
2. 3 jetons de même numéro .
3. 3 jetons de même couleur ou de même numéro .
4. un seul jeton noir et un seul jeton numéro 1.

II/ On tire successivement et sans remise 3 jetons de l'urne.
Déterminer le nombre de tirage comprenant :

1. Au moins un jeton noir .
2. trois jetons portant trois numéro différents .
3. 3 jetons dont le premier est blanc et le dernier porte le numéro 1.

III/ On tire successivement et avec remise 3 jetons de l'urne.
Déterminer le nombre de tirage comprenant :

1. Exactement deux jetons blancs .
2. 3 jetons dont la somme de leurs numéro est égale à 6 .

Exercice N° 2(7 points)

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 4 - \dfrac{3}{U_n}. \end{cases}$

1. a) Calculer U_1 et U_2
   b) Déduire que la suite (U_n) n'est ni une suite arithmétique , ni une suite géométrique .
2. a) Dans l'annexe ci-jointe , on a tracé dans un repère orthonormé la courbe de la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = 4 - \dfrac{3}{x}$ et la droite $(D) : y = x$
   b) Représenter sur l'axe des abscisses les 4 premiers termes de la suite (U_n).
   c) Quelle conjecture on peut tire sur la suite (U_n) ?

3 a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant U_n < 3$.

b) Montrer que la suite (U_n) est croissante .

4 Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \dfrac{U_n - 3}{U_n - 1}$

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

Exercice N° 3(6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sin(2x) + 2\cos^2 x - 1$.
On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2}\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

b) Montrer que la droite $(\Delta) : x = \dfrac{\pi}{8}$ est un axe de symétrie de (C).

c) Montrer que f est de période π .

En déduire que le domaine d'étude de f peut se réduire à l'intervalle $\left[\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}\right]$

2 a) Dresser le tableau de variation de f sur $\left[\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}\right]$.

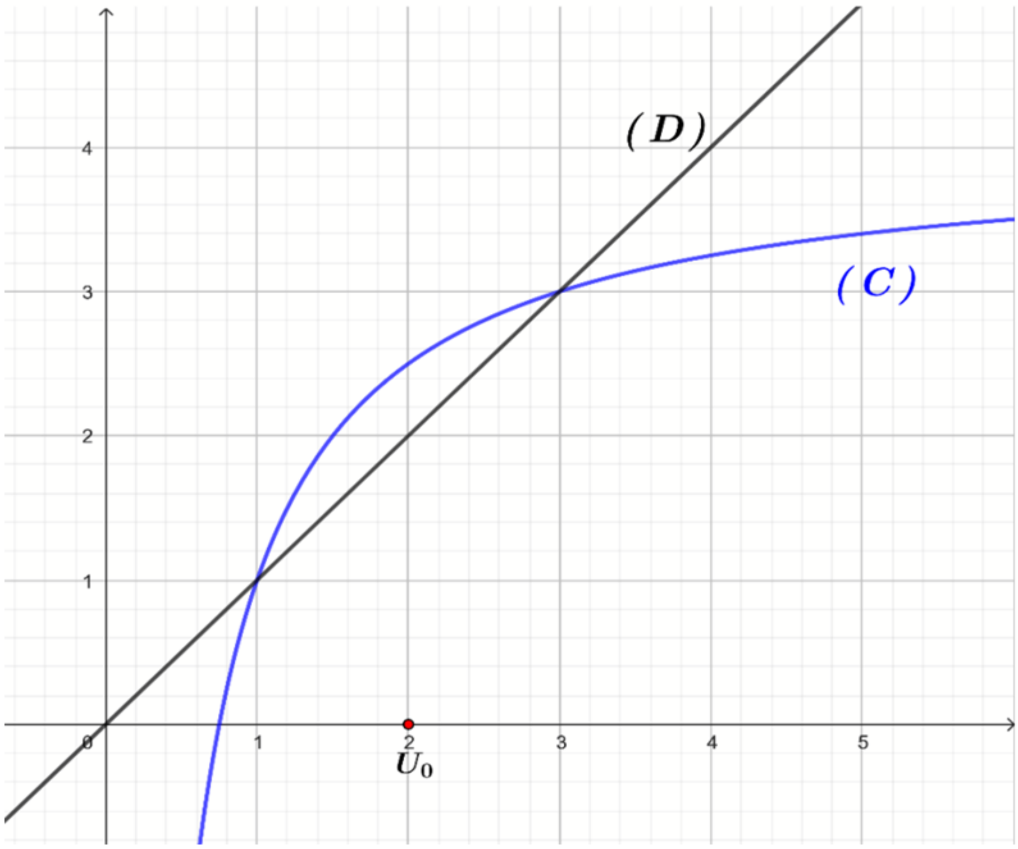
b) Résoudre dans $\left[\dfrac{-3\pi}{8}, \dfrac{13\pi}{8}\right]$, l'équation $f(x) = 0$

c) On a tracé dans l'annexe ci-jointe , la courbe (C_0) de la restriction de f à l'intervalle $\left[\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}\right]$.

Tracer la courbe (C_1) de la restriction de f à l'intervalle $\left[\dfrac{-3\pi}{8}, \dfrac{13\pi}{8}\right]$.

Annexe à rendre avec votre copie /Nom et prénom ....

Exercice N°2:



Exercice N°3: