REPUBLIQUE TUSIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION **Lycée Ali Bourguiba Bembla**		Prof : **AJIMI FAKHER** **BAC BLANC 2018**	
Épreuve :	**Mathématiques**		
Classe :	**$4^{ème}$ Sciences Techniques $_1$**	Durée : **3h**	Date : **11/05/2018**

Le sujet comporte 03 pages

Exercice 1 (5 points)

Un quincaillier achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes :

20 % au premier fournisseur, 50 % au deuxième fournisseur et 30 % au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 97 % d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98 % d'ampoules sans défaut, le troisième fournisseur fabrique 95 % d'ampoules sans défaut.

1) On choisit une ampoule au hasard dans le stock.

On note : D l'événement « l'ampoule est défectueuse »

F_1 l'événement « l'ampoule provient du premier fournisseur »

F_2 l'événement « l'ampoule provient du deuxième fournisseur »

F_3 l'événement « l'ampoule provient du troisième fournisseur »

a) Représenter ces données par un arbre de probabilité.

b) Montrer que $p(D) = 0{,}031$

c) Sachant que l'ampoule choisie est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle provienne du premier fournisseur ?

2) On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité R qu'une ampoule au plus soit défectueuse.

3) La durée de vie en heures d'une ampoule, notée T, suit une loi exponentielle de paramètre : $\lambda = 2.10^{-5}$.

a) Quelle est la probabilité P_1 qu'une ampoule dure plus de 25000 heures ?

b) Quelle est la probabilité P_2 qu'une ampoule dure plus de 50000 heures ?

c) Quelle est la probabilité P_3 qu'une ampoule dure plus de 50000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 25000 heures ?

Exercice 2 (5 points)

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. La consommation est exprimée en milliers de dinars.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Consommation en milliers de dinars y_i	28,5	35	52	70,5	100,5

1) Représenter le nuage de points M_i (x_i , y_i) dans un repère orthogonal du plan (On prendra 1 cm comme unité en abscisses et 1 cm pour 10 000 dinars en ordonnées).

2) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère précédent.

3) On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation $y = 12,5\ x + b$ qui passe par le point G.

a) Déterminer la valeur de b.

b) Tracer la droite D dans le repère précédent.

4) Déterminer, à l'aide de l'ajustement précèdent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2016.

5) En réalité, un relevé récent a permis de constater qu'en 2016 la consommation réelle des ménages de cette ville était de y_6 =140 000 DT.

Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte (on donnera un résultat à l'aide d'un nombre entier en effectuant un arrondi).

6) Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.

a) Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln y$. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$	3,35					4,94

b) Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice (on donnera les arrondis des coefficients à 10^{-2})

c) En déduire que $y = 19,49\ e^{0,34\ x}$

d) Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2017 à 100 dinars près.

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x} \right)$

1) a) Vérifier que $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ et dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que pour tout x de $[\sqrt{2}, \frac{3}{2}]$, on a $0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$

2) On considère la suite (U_n) définie par: $\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a) Calculer U_1 et U_2 (donner les résultats sous forme de fractions irréductibles, puis sous forme décimales arrondies à 10^{-2} près).

b) Démontrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a: $\sqrt{2} \leq U_{n+1} < U_n \leq \frac{3}{2}$

c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $| U_{n+1} - \sqrt{2} | \leq \frac{1}{2} | U_n - \sqrt{2} |$

d) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $| U_n - \sqrt{2} | \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

e) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + e^x - xe^x$.

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$.

1) a) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

b) Montrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -xe^x$.

c) Dresser le tableau de variation de f

2) a) Justifier que la restriction g de f à $[0,+\infty[$ réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur $]-\infty,2]$

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α .

c) Vérifier que $1 < \alpha < 1{,}5$

3) a) Etudier la position relative de la courbe $(\mathscr{C})$ et la droite Δ d'équation $y = x$

b) Tracer $(\mathscr{C})$ et Δ

4) a) Vérifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + (2 - x)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$

b) Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite Δ et les droites d'équations $x= 0$ et $x = 1$.

c) En déduire que $\int_1^2 g^{-1}(x)\, dx = e - 2$

Au revoir et à l'année universitaire 2018/2019