

Lycée Salem ben Hmida Akouda	Devoir de contrôle n°2 30/1/2023	4 <sup>ème</sup> éco 1 Durée 1h30mn
Prof: Zaak Brahim Sedki		

Exercice n°1 :(8pts)

A) Soit la fonction  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = 2x + \ln x - 2$

- 1) Calculer  $g'(x)$  et dresser le tableau des variations de  $g$
- 2) Calculer  $g(1)$ , en déduire le signe de  $g$

B) Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, +\infty[$  par :

$$f(x) = x^2 - 3x + x \ln x \text{ si } x > 0 \text{ et } f(0) = 0$$

On désigne par  $C_f$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Montrer que  $f$  est continue à droite en 0
- 2) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat obtenu
- 3) Calculer  $f'(x)$  et dresser le tableau des variations de  $f$
- 4) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter graphiquement le résultat obtenu
- 5) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans l'intervalle  $[1, +\infty[$  une seule solution  $\alpha$  et que  $2,2 < \alpha < 2,3$
- 6) Ecrire l'équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse 1
- 7) Construire  $C_f$  et  $T$
- 8) Montrer que  $e^{3-\alpha} = \alpha$
- 9) Déterminer  $G$  la primitive de  $g$  sur  $]0, +\infty[$  qui s'annule en 1

Exercice n°2 :(5pts)

1) Calculer en justifiant

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4(\ln x)^2 - 6x \ln x$     b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 + x^2 \ln x}{x}$     c)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \ln(4x - 8)$     d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln \left( \frac{5x^2 - 2}{5x^2 + 8} \right)$

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de  $f$  sur  $I$

a)  $f(x) = \frac{3x^2 + 5}{x^3 + 5x + 3}$ ,  $I = [0, +\infty[$

b)  $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^2}$ ,  $I = ]0, +\infty[$

3) Dans chacun des cas suivants, déterminer le domaine de dérivabilité de la fonction  $f$  puis calculer  $f'$  sa fonction dérivée

a)  $f(x) = \sqrt{1 - \ln x}$

b)  $f(x) = \ln \left( \frac{-2x+8}{x} \right)$

**Exercice n°3 :(7pts)**

Tous les résultats numériques de cet exercice seront arrondis à  $10^{-2}$  près

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la consommation d'électricité (en kilowattheure) d'un foyer pour les années 2010 à 2016

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année $X$	0	1	2	3	4	5	6
Consommation d'électricité $Y$	1000	1050	1100	1200	1400	1700	2000

1) Représenter le nuage des points de la série statistique  $(X, Y)$  dans un repère orthogonal

2) Calculer  $\bar{X}, \bar{Y}, \sigma(X), \sigma(Y)$  et  $cov(X, Y)$

3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$

4) On pose  $Z = \ln Y$ , on obtient alors le tableau suivant

Rang de l'année $X$	0	1	2	3	4	5	6
$Z = \ln Y$	6,91	6,96	7	7,09	7,24	7,44	7,60

a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Z$  et interpréter

b) Ecrire l'équation de la droite de régression de  $Z$  en  $X$  par la méthode des moindres carrés

c) En déduire que  $Y = 925,19 e^{0,12X}$

d) Déterminer en utilisant le modèle exponentiel une estimation sur la consommation d'électricité pour l'année 2023

e) En quelle année la consommation d'électricité dépassera 10100 kilowattheure ?