Exercice n°1:

Soit ABC un triangle tel que $AB=3$, $AC=5$ et $B\hat{A}C=\frac{\pi}{3}$.

1) Calculer BC et R le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) soit I milieu de $[AC]$. Calculer BI

Exercice n°2:

Soit U la suite définie par : $U_0 = 1$ et pour tout $n \geq 0$, $U_{n+1} = -3U_n + 2$.

1°/a) Calculer U_1 et U_2. La suite U est-elle arithmétique ? géométrique ?

b) Soit V la suite définie par : $V_n = U_n + a$ où $a \in IR$

Déterminer le réel a pour que V soit une suite géométrique.

2°/ On pose $V_n = U_n - \frac{1}{2}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = -3$

b) Exprimer V_n en fonction de n.

c) On pose: $S = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{80}$

$$T = (2U_0 - 1) + (2U_1 - 1) + \cdots + (2U_{80} - 1)$$

$$R = \frac{2}{V_0} \times \frac{4}{V_1} \times \frac{8}{V_2} \times \dots \times \frac{256}{V_{80}}$$

Calculer S,T et R

Exercice n°3:

Soit $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient : $A(1;3)$; $B(5;1)$ et $\overrightarrow{CA} = \vec{i} + 7\vec{j}$.

1°) Déterminer les orthonormés du point C dans R.

2°) a) Donner les composantes de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ dans R.

b) Déduire que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base.

3°) Déterminer dans R les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC

4°) Déterminer dans R les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

5°) Soit $E(m^2, m+1)$; $m \in \mathbb{R}$.

Pour quelles valeurs de m le triangle BAE est rectangle en A.

Exercice n°4:

Soit ABC un triangle tel que $AC = 6$, $\widehat{ABC} = \frac{\pi}{4}$ et $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{3}$

1) On appliquant la loi de sinus montrer que $AB = 3\sqrt{6}$

2) a)Résoudre dans $\mathbb{R}_+$ l'équation $x^2 - 6x - 18 = 0$

b) En déduire en appliquant le théorème d'El-Kashi montrer que $BC = 3(1 + \sqrt{3})$

c)Calculer l'aire du triangle ABC.

3) Montrer que $\widehat{BAC} = \frac{5\pi}{12}$

4) Soit $\mathscr{C}$ cercle circonscrit au triangle ABC

a)Calculer R le rayon de $\mathscr{C}$.

b) En déduire que $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

c)Calculer $\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\right)^2$

d) En déduire $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

Exercice n°5:

1)Soit $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, calculer $\cos x$ sachant que $\sin x = \frac{4}{5}$

2) Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = 3^{2n+3} - 9^n$ est géométrique

3)Calculer $\cos\frac{\pi}{5} + \cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{3\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5}$

4) Montrer que pour tout entier naturel n , $(n + 2)$ divise $3n^2 + 7n + 2$

5) Déterminer tout les entiers naturels n tel que $\dfrac{n+16}{n+1}$ soit entier