Lycée M.Hayet *Devoir de contrôle N°2* **Prof :M.haj taher**

Bac info *Durée :2h*

EXERCICE 1(5 pts) :

Choisir la ou les bonnes réponses :

1)$lim_{x \longrightarrow +\infty}\ x - ln(x) =$

a)1
b)0
c)$+\infty$

2)soit A une matrice carrée telque $A^3 + 3A - 3I_3 = 0$ **:**

a)$A^{-1} = \frac{1}{3}A^2 + I_3$

b)$A^{-1} = \frac{1}{3}(A - 3I_3)$

c)$A^3 = \frac{1}{3}A - I_3$

3)$2ln(\frac{e}{8}) - ln(3e) + ln(12) + ln(16) =$

a)1
b)0
c)ln(2)

4) ***det(B)*** $=$

$$B= \begin{pmatrix} -14 & 2 & 4 \\ -7 & 5 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

a)14
b)-196
c)196

5)$lim_{x \to 0^+}\ \frac{1}{x}Ln(\frac{1}{x}) - \frac{1}{x^2} =$

a)0
b)$+\infty$
c)$-\infty$

EXERCICE 2(8 pts) :

A) Soit la fonction **g** définie sur $]-1,+\infty[$ par : $\mathbf{g(x) = (1+x)^2 - 1 + \ln(1+x)}$

1°) a) Montrer que pour tout $x \in]-1,+\infty[$ ***on a*** $g'(x) = \frac{2(x+1)^2+1}{x+1}$

b) Déduire le sens de variations de **g**

2°) Calculer $g(0)$ et déduire le signe de $g(x)$

B) On considère la fonction **f** définie sur $]-1,+\infty[$ par : $\mathbf{f(x) = x - \frac{\ln(1+x)}{1+x}}$

On note par $(\mathbf{C_f})$ la courbe représentative de **f** dans un repère orthogonal du plan

1°) Calculer $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat

2°) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

b) Montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à $(\mathbf{C_f})$

3°) Étudier la position relative de Δ et (C_f)

4°) a) Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de **f**

c) Déterminer la tangente T à $(\mathbf{C_f})$ qui est parallèle à Δ .

d) Tracer Δ et (C_f)

EXERCICE 3(7 pts) :

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

1. Calculer M^2, et vérifier que $M^2 - 5M + 6I = O$.
2. (a) En déduire que $M^{-1} = -\frac{1}{6}M + \frac{5}{6}I$.

   (b) Calculer M^{-1}.
3. Soit le système (S) : $\begin{cases} 2y + 4z = -1 \\ -x + 3y + 2z = 1 \\ -x + y + 4z = 3 \end{cases}$

   (a) Donner la représentation matricielle du système (S) .

   (b) Résoudre le système (S) .
4. Soit la matrice $A = M - 2I$.

   (a) Calculer A^2 et A^3.

   (b) En déduire l'expression de A^{2015}.