Lycée H-Sousse Prof : Mr Morjane	Devoir de contrôle N°1 Mathématiques	Classe : 3 Sc Durée : 2 H Date : 11/2020

N.B : 1 point pour la présentation de la copie

EXERCICE N°1 : (2 points)

Répondre par VRAI ou FAUX en justifiant :

1) Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-|x|}$, $x \in \mathbb{R}$.

   Le domaine de définition D de f est $]0,1[$.

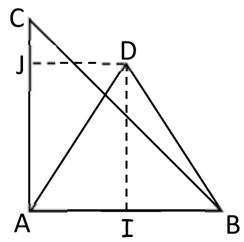
2) Dans le plan, on donne un triangle ABC quelconque.

   L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AC}$ est la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

EXERCICE N°2 : (6,5 points)

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle et isocèle en A , ABD est équilatéral.

I est le milieu de $[AB]$ et J est le projeté orthogonal de D sur (AC) . On pose $AB = 4$



1)
   a) Calculer, $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AC}$.

   b) En déduire que : $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BC} = 8(1+\sqrt{3})$.

   c) Calculer $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}$

2) Calculer une mesure en radian de l'angle $\widehat{DBC}$.

3) Déduire des résultats précédents que : $cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

4) On considère le repère orthonormé $(A,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ tel que $\overrightarrow{AB} = 4\,\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{AC} = 4\,\vec{\jmath}$.

   a) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC}$.

   b) En déduire $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BC}$. Vérifier les résultats du 1)b)

EXERCICE N°3 : (8,5 points)

A. Soient ABC un triangle rectangle en B tel que AB=5 et BC=2, E un point du segment $[AB]$ tel que AE=3, D le projeté orthogonal de E sur (AC) et $F = S_B(C)$.

1) Calculer $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AC}$ puis AD.
2)
   a) Calculer $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BC}$ puis déduire que $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{AC} = 21$.
   b) Déterminer alors la valeur de $cos(\widehat{CAF})$

B. On pose $(\Delta) = \{M \in P \text{ tels que } 2\,\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AC} = 3\,\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CA}\}$ et

$(\mathcal{C}) = \{M \in P \text{ tels que } 2\,MA^2 + 3\,MB^2 = 50\}$

1) Vérifier que E est le barycentre des points pondérés (A,2) et (B,3).
2)
   a) Montrer que $M \in (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AC} = 0$.
   b) En déduire que (Δ) est une droite que l'on précisera.
3)
   a) Montrer que $\forall\, M \in P, 2\,MA^2 + 3\,MB^2 = 5\,ME^2 + 30$.
   b) Déduire alors la nature de $(\mathcal{C})$ et ses caractéristiques.

C. Soit $\mathcal{R} = \left(B, \frac{1}{5}\overrightarrow{BA}, \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right)$ un repère orthonormé du plan.

1) Déterminer les coordonnées de A, C, E et F dans le repère $\mathcal{R}$.
2) Calculer $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BC}$ et retrouver $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{AC}$

EXERCICE N°4 : (3 points)

Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = x^2 - 3 - \frac{1}{x-1}$

1) Soient h et g les fonctions définies sur $]1, +\infty[$ par $h(x) = x^2 - 3$ et $g(x) = \frac{1}{x-1}$.

   Etudier les variations de h et g et en déduire celle de f.
2) Soit $(\mathcal{C})$ la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.
3) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose $P(x) = x^3 - x^2 - 3\,x + 2$.
   a) Justifier que $\forall\, x \in\,]1, +\infty[,\ f(x) = 0 \Leftrightarrow P(x) = 0$
   b) Justifier l'écriture $P(x) = (x-2)(a\,x^2 + b\,x + c), x \in \mathbb{R}$ et a, b et c sont trois réels.
   c) Déterminer alors les réels a, b et c .
   d) En déduire les coordonnées des points de contact des courbes $(\mathcal{C}_h)$ et $(\mathcal{C}_g)$ d'une part et $(\mathcal{C})$ et l'axe des abscisses d'autre part.