MATHEMATIQUES 4 Sc. Info

M.MAHMOUDI

SÉRIE D'EXERCICES N°6

Exercice 1

1) Démontrer que la somme de deux entiers impairs est un entier pair.

2)a) Démontrer que la somme de deux entiers impairs consécutifs est divisible par 4.

b)Que penser vous de la réciproque ? Justifier.

Exercice 2

Comment choisir l'entier n pour que n+8 soit multiple de n ?

Exercice 3

1) Soit un entier relatif différent de -2.

a) Déterminer les entiers relatifs a et b tel que $\frac{n+21}{n+2}=a+\frac{b}{n+2}$.

b) Déterminer tous les entiers n tels que n+2 divise n+21.

2) Déterminer , à chaque fois , les entiers n tels que les nombres suivants soient des entiers.

a) $\frac{n+2}{n-4}$ b) $\frac{2n+8}{n-2}$ c) $\frac{7n-1}{n+3}$ d) $\frac{-6n+3}{n+5}$

Exercice 4

Soient m et n deux entiers naturels. Le reste de la division euclidienne de m par 15 est 9 et le reste de la division euclidienne de n par 15 est 12.

Déterminer le reste de la division euclidienne de a , b et c par 15 où $a=m+n$, $b=mn$ et $c=m^2$.

Exercice 5

Soient a et n deux entiers naturels non nuls. On pose $A=5n+2$ et $B=2n+7$.

1) Montrer que si a divise A et a divise B alors a divise 31.

2) Quel sont les valeurs possibles de a ?

Exercice 6

Montrer en raisonnant par disjonction de cas que , pour tout entier naturel n, l'entier $n(n^2+5)$ est divisible par 3.

Exercice 7

1) Vérifier que $7^4\equiv 1\,[10]$.

2) Déterminer le chiffre des unités de 7^{98} .

Exercice 8

1) Quel est le reste de la division euclidienne par 7 du nombre 32^{45} ?

2) Quel est le reste de la division euclidienne par 7 du nombre 91234^{1998} ?

3) Quel est le reste de la division euclidienne par 19 du nombre 57383^{114} ?

Exercice 9

1) Déterminer le chiffre des unités de 3^{2022} .

2) Déterminer le chiffre des unités de 7^{7^7} .

3) Quel est le reste de la division euclidienne par 7 du nombre $16^{2^{1000}}$?

Exercice 10

1) Quel est le reste de la division euclidienne par 7 du nombre $451\times 6^{43}-912$?

2) Montrer que pour tout entier naturel n, 5 divise $2^{3n+5}+3^{n+1}$.

3) Montrer que pour tout entier naturel n, 5 divise $2^{4n+1}+3^{4n+1}$

Exercice 11

1) Montrer par deux méthodes que 9^n-2^n est divisible par 7.

2) Montrer par deux méthodes que $3^{2n}-1$ est divisible par 8

Exercice 12

Soit a un entier relatif.

Montrer que 8 divise 3a+5 si et seulement si 8 divise a+23.

Exercice 13

Pour tout entier naturel n ,on note r_n le reste de la division euclidienne de 2^n par 9.

1)a) Recopier et compléter le tableau suivant

n	0	1	2	3	4	5	6
r_n							

b) En déduire r_n pour tout entier naturel n.

2) Déterminer le reste de la division euclidienne de 65^n par 9 suivant les valeurs de l'entier naturel n.

3) En déduire le reste de la division euclidienne de 65^{2022} par 9.

Exercice 14

1) Montrer que pour tout entier naturel n , le nombre $2^{2n}+2$ est divisible par 3.

2) Quel sont les restes possibles de la division euclidienne par 3 du carré d'un entier ?

3) En déduire que pour tout entier naturel n, le nombre n^2+1 n'est jamais divisible par 3.

Exercice 15

1) Compléter le tableau des restes dans la congruence modulo 9 :

$x\equiv$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$4x\equiv$									

2) Résoudre alors l'équation $4x\equiv 5\ [9]$.

3) Résoudre l'équation $7x\equiv 8\ [9]$.

4) Résoudre l'équation $3x\equiv 6\ [9]$.