DEVOIR CONTROLE 1.

S M A A L I.

4 °T2.

(le : 08/11/2018)

2019/18

Ex 1.

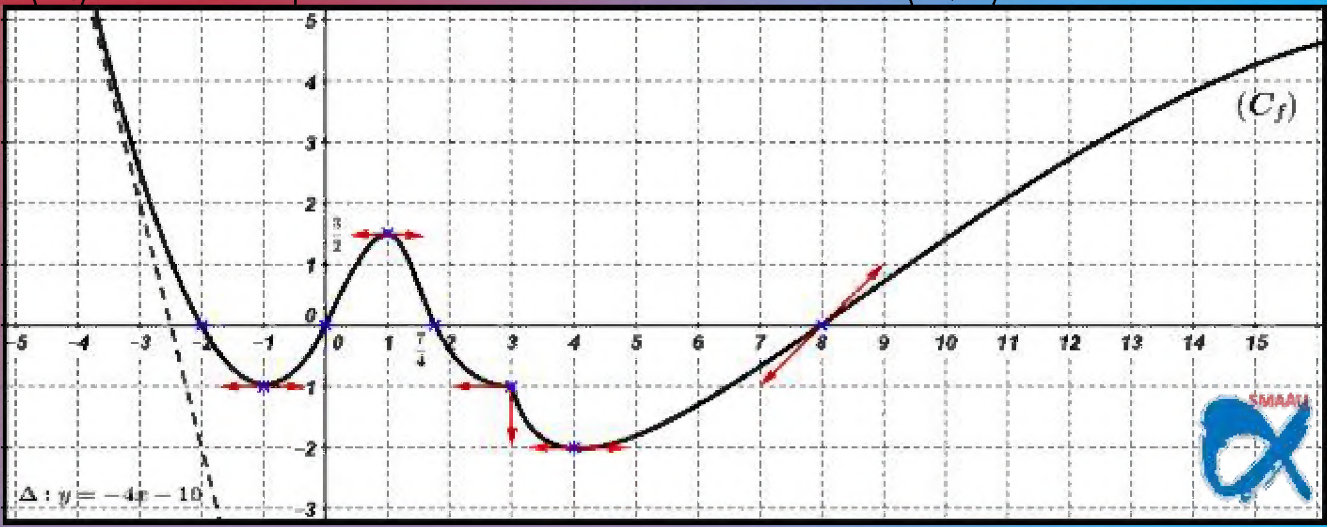
1. La figure suivante désigne la courbe (C_f) d'une fonction f définie sur IR.
on donne :

* (C_f) admet au voisinage de (-∞) une asymptote oblique Δ : y=-4x-10.

* (C_f) admet au voisinage de (+∞) une branche infinie horizontale.

* (C_f) admet au point (3 ; -1) deux demi-tangentes.

* (C_f) admet un point d'inflexion de coordonnées (8 ; 0).



Déterminer sans aucune justification :

a) le domaine de continuité de f et le domaine de dérivabilité de f.

b) $f(-1); f(0); f(1)\ ; f(4)\ et\ f(8)$

c) $f'(-1)\ ; f'(1)\ ; f'(4)\ ; f'(8) et\ f''(8)$

d) $\lim_{x\to+\infty} f(x)\ ;\ \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}\ ;\ \lim_{x\to-\infty} f(x)\ ;\ \lim_{x\to-\infty} f(x)+4x$

e) $\lim_{x\to 8} \frac{f(x)}{x-8}\ ;\ \lim_{x\to 3^-} \frac{f(x)+1}{x-3}\ ;\ \lim_{x\to 3^+} \frac{f(x)+1}{x-3}\ ;\ \lim_{x\to 1} \frac{2f(x)-3}{x-1}$

f) le tableau de variation de f.

2. on considère la fonction g définie sur IR* par $g(x) = \frac{-x^2}{1-\sqrt{x^2+1}}$

a) montrer que g admet un prolongement par continuité en 0.

b) montrer que pour tout x ≠ 0, on a : $g'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

c) montrer que dans] 0 ; + ∞[; l'équation g(x)=3 admet une unique solution.

3. on considère la fonction h définie par $h(x) = g[f(x)]$

a) déterminer le domaine définition de la fonction h.

b) calculer : $\lim_{x\to-\infty} h(x)\ ;\ \lim_{x\to(-2)^+} h(x)\quad et\ \lim_{x\to 3^+} h(x)$

© www.alphamaths.c4.fr

Ex 2.

Les deux parties A et B sont indépendantes.

Partie A.

Pour chacune des propositions données, choisir la seule réponse juste :

1) L'écriture exponentielle du nombre complexe ($3\sin x + 3i\cos x$) est :

- **a.** $3e^{ix}$
- **b.** $3e^{i(x-\pi/2)}$
- **c.** $3e^{i(\pi/2-x)}$

2) Soient A, B et C trois points distincts vérifiant : $z_A - z_C = 7(z_A - z_B)$. alors :

- **a.** AB = 7.AC
- **b.** A, B et C sont alignés.
- **c.** Le triangle ABC est rectangle en A.

3) Soit $Z = \sin\alpha.(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ avec $\alpha \in]-\pi ; 0[$. alors :

- **a.** $\text{Arg}(Z) = \alpha + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.
- **b.** $|Z| = \sin\alpha$.
- **c.** $|Z| = -\sin\alpha$.

Partie B.

1) **a.** Déterminer les racines carrées de $(8-6i)$

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$; l'équation(E) : $Z^2 + (1+i)Z - 2(1-i) = 0$

2) on considère dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ les points A, B et C d'affixes respectifs $z_A = -2$; $z_B = 1-i$ et $z_C = 2+2i$

a. donner la forme exponentielle de z_B et en déduire celle de z_C.

b. montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.

c. déterminer l'affixe du point D pour que, ABCD soit un carré.

3) à tout point M(z) du plan distinct de B, on associe le point M'(z') tel que $z' = \dfrac{z+2}{z+i-1}$

a. déterminer l'ensemble (G) des points M(z) tel que $|z'| = 1$

b. déterminer l'ensemble (H) des points M(z) tel que z' est réel.

© www.alphamaths.c4.fr