

LYCEE SBEITLA

◆◆◆◆◆

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

◆◆◆◆◆

SECTION : 4^{EME} ⌘ SCIENCES EXPERIMENTALES ⌘

PROF : BELLILI MONGI

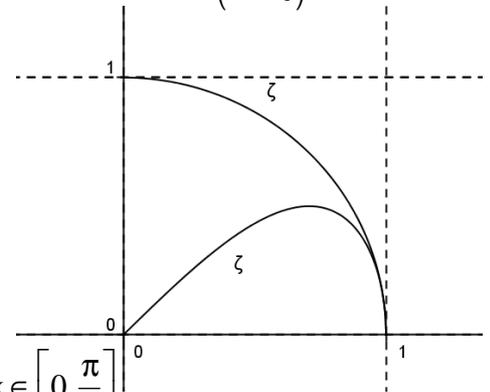
DATE : 29 - 04 - 2016 ⌘ DUREE : 2 heures ⌘

Devoir de contrôle n°3

EXERCICE N°1 10 pts

Soit f_0 et f_1 les fonctions définies sur $[0,1]$ par : $f_0(x) = \sqrt{1-x^2}$ et $f_1(x) = x\sqrt{1-x^2}$

dont on a tracé les courbes représentatives respectives ζ_0 et ζ_1 dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})



1°) Calculer l'intégrale : $I = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$

2°) On pose pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$; $F(x) = \int_0^{\sin x} \sqrt{1-t^2} dt$

a- Montrer que F est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et calculer $F'(x)$ pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

b- Calculer $F(0)$ puis montrer que pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, on a : $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x$

c- Dédurre que : $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{4}$

d- Calculer alors l'aire A de la partie du plan limitée par les courbes ζ_0 et ζ_1 et l'axe des ordonnées

3°) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose : $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx$ et $I_0 = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

a- A l'aide d'une intégration par parties, calculer $I_2 = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$

b- Montrer pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$

c- Dédurre que (I_n) converge vers une limite que l'on précisera.

EXERCICE N°2**05 pts**

Pour prévenir l'extension d'une certaine maladie, on vaccine 60 % d'une population à risque .

Le vaccin n'est pas totalement infaillible, 10 % des personnes vaccinés attrapent la maladie ; en revanche 30 % des individus non vaccinés ne sont pas malades

On choisit au hasard une personne et on considère les évènements :

V « la personne est vaccinée »

M « la personne est malade »

1°) a- Déterminer : $p(V)$, $p(M/V)$ et $p(\bar{M}/V)$

b- Déterminer la probabilité pour que cette personne soit malade et vaccinée

c- Déterminer la probabilité pour que cette personne soit malade et non vaccinée

d- Déduire la probabilité pour que cette personne contracte la maladie

2°) Calculer la probabilité pour qu'une personne bien portant soit vaccinée

EXERCICE N°3**05 pts**

Une enquête faite sur les élève d'une classe. Les élèves répondre par oui ou non aux questions suivantes :

- Aimez vous le cinéma ?
- Aimez vous le théâtre ?

40 % des élèves répondent par **oui** pour la première question , et 20 % par **oui** pour deuxième question

On désigne par : C << l'élève aime le cinéma>> et par : T << l'élève aime le théâtre >>

Et on suppose que les deux questions sont **indépendantes**.

1°) Calculer la probabilité pour que l'élève aime le cinéma et le théâtre à la fois.

2°) Calculer la probabilité pour que l'élève aime le cinéma ou le théâtre .

3°)a- Calculer la probabilité pour que l'élève aime le théâtre et n'aime pas le cinéma .

b- Calculer : $p(T \cup \bar{C})$

BON TRAVAIL