LYCEE DE SBEITLA DATE : 22- 02 - 2016	PROF : BELLILI MONGI DEVOIR DE CONTRLE N°2	Niveau : 4ème sc.exp2

EXERCICE N°1 (08 pts)

Soit f la fonction définie sur $[0,2[$ par : $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{2-x}}$

1°) a- Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat

b- Montrer que f est dérivable sur $]0,2[$ et que : $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x(2-x)^3}}$

c- Dresser le tableau de variation de f

d- Montrer que la courbe représentative ζ de f coupe la droite Δ : $y=x$ aux points O et $A(1,1)$

e- Tracer la courbe représentative ζ de f

2°) a- Montrer que f réalise une bijection de $[0,2[$ sur $\mathbb{R}_+$, on note f^{-1} sa fonction réciproque

b- Tracer dans le même repère la courbe ζ' de f^{-1}

c- Etudier graphiquement la dérivabilité de f^{-1} à droite en 0 et préciser $\left(f^{-1}\right)'_d(0)$

d- Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout réel $x\in\mathbb{R}_+$

EXERCICE N°2 (04 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$

1°) Justifier que f admet une unique primitive F sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur 1 en 0

2°) Soit G la fonction définie sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $G(x)=F(\tan x)$

a- Montrer que G est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ et que $G'(x)=\tan^2 x$

b- Déduire G(x) en fonction de x

c- Calculer F(1) et $F(\sqrt{3})$

EXERCICE N°3 08 pts

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère les points : $A(1,3,2)$, $B(2,-1,1)$ et $C(0,3,1)$

1°) a- Montrer que les points A, B et C déterminent un plan

b- Montrer qu'une équation cartésienne du plan $P=(ABC)$ est : $2x+y-2z-1=0$

2°) Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $x^2+y^2+z^2+2x-4y-8z+12=0$

a- Montrer que (S) est une sphère de centre $I(-1,2,4)$ et de rayon $R=3$

b- Montrer que le plan P est tangent à la sphère (S) au point A.

c- Calculer le volume du tétraèdre ABCI .

3°) On désigne par H le milieu du segment $[IA]$

a- Donner une équation cartésienne du plan Q médiateur du segment $[IA]$.

b- Montrer que le plan Q coupe la sphère (S) suivant un cercle ζ dont on précisera le centre et le rayon r.