Epreuve Mathématiques Durée: 02 h

DEVOIR DE CONTROLE N°1

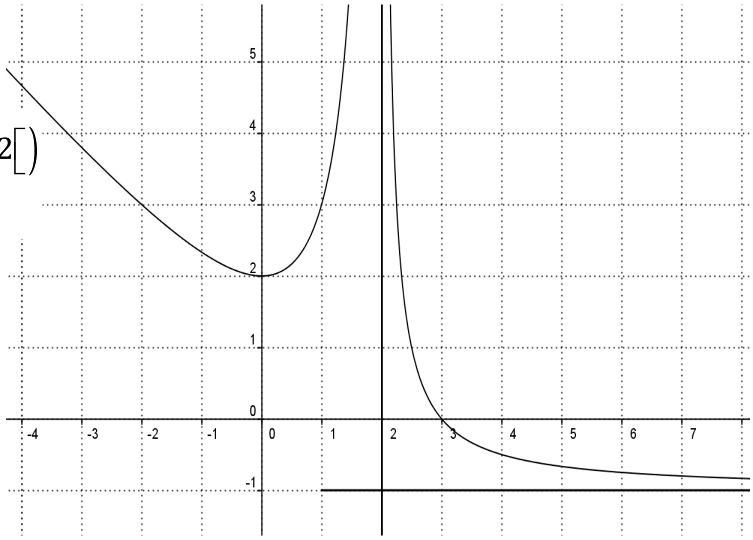
$4^{ième}$ sc.exp.2

Professeur Bellili Mongi 20 - 10 - 2017

EXERCICE N°1 (03 pts)

Soit f une fonction définie et continue $\mathbb{R}/\{2\}$

Et dont la courbe représentative est la suivante



1°) *a- Déterminer :* $f\left(\left]-\infty,2\right[\right)$ *puis* $f\circ f\left(\left]-\infty,2\right[\right)$

b- Montrer que l'équation : $f(x)=1$ *admet dans* $\left]2,1\right]$ *une unique solution* α *.*

2°) *Soit g la fonction définie par :* $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

On considère la fonction : $h=g\circ f$

a- Déterminer le domaine de définition de h

b- Montrer que h est prolongeable par continuité en 2.

EXERCICE N°2 (07 pts)

1°) *Soit f la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par :*

$$f(x)=\begin{cases}-2+x.\sin\left(\dfrac{3}{x}\right) & si\ x>0\\ \sqrt{x^2-4x}+x-2 & si\ x\le 0\end{cases}$$

a- Montrer que pour tout réel $x\in\left]0,+\infty\right[$ *on a :* $-2-x\le f(x)\le x-2$

b- Montrer que f est continue en 0.

c- Justifier que f est continue sur $\mathbb{R}$

2°) *a- Montrer que :* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

b- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)+x$

3°) *Soit g la fonction définie sur* $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ *par:*

$$g(x)=\begin{cases}f(\tan x) & si\ x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[\\ 1 & si\ x=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

Montrer que g est continue sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$

EXERCICE N°3 **10 pts**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. *On considère les points A , B , C et D d'affixes respectives :* $a=-1+i\sqrt{3}$, $b=2i$, $c=1+i\left(2-\sqrt{3}\right)$ *et* $d=1+i$

II°/ 1°) *a- Mettre* a et d *sous forme exponentielle*

b- Montrer que le point C appartient au cercle ζ *de centre B et de rayon 2.*

c- Placer les points A , B et C.

d- Montrer que le quadrilatère OCBA est parallélogramme.

2°) *a- Mettre* $\frac{c}{d}$ *sous forme algébrique.*

b- Montrer que : $\frac{c}{d}=\left(\sqrt{3}-1\right)e^{-i\frac{\pi}{6}}$

c- Déduire la forme exponentielle de c

d- Déterminer alors les valeurs de : $\cos\frac{\pi}{12}$ *et* $\sin\frac{\pi}{12}$

II°/ *On considère les points I , I' et E d'affixes respectives* 1, -1 *et* $e=\frac{a-1}{1-\overline{a}}$

1°) *Montrer que :* $e\ .\ \overline{e}=1$ *puis interpréter géométriquement le résultat*

2°) *Montrer que :* $\frac{e-1}{a-1}$ *est réel puis interpréter géométriquement le résultat*

3°) *Montrer que :* $\frac{e+1}{a-1}$ *est imaginaire puis interpréter géométriquement le résultat*

4°) *Déduire une construction du point E*

BON TRAVAIL