DEVOIR SYNTHESE n°2.

06/03/2020

4°G3.

S M A A L I.

Ex 1. 3

Simplifier (au maximum possible) chacune des expressions suivantes :

1) $e^{-2} \cdot \frac{1}{e} \cdot \sqrt{e^6}$	**2)** $e^{(2x-1)} \cdot \frac{e^{-x+2}}{e^x}$	**3)** $\frac{2}{e^{x^2} \cdot (e^{1-x})^{1+x}}$
4) $\ln(6) - \ln(3) - \ln(2)$	**5)** $\ln(e^5) + \ln(e^{-1}) - \ln(1)$	**6)** $\frac{\ln(25) - \ln(625)}{\ln(\sqrt{5})}$

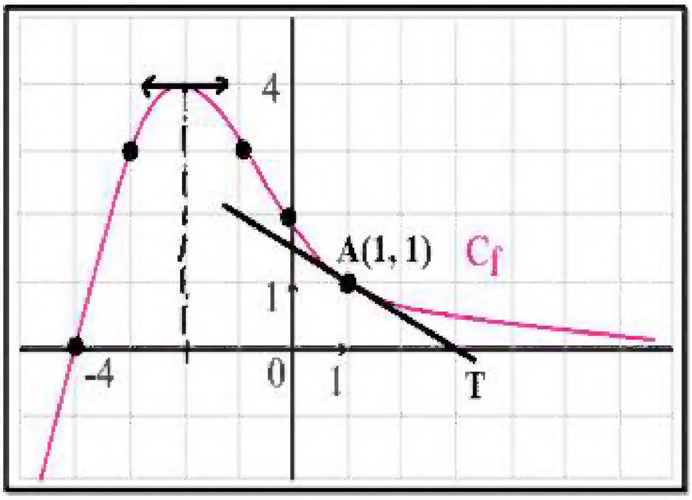
Ex 2. 5

Soit la fonction f définie sur IR et C_f sa courbe représentée ci-dessous. C_f admet une branche infinie verticale en -∞ et une asymptote horizontale en +∞ et, ainsi qu'une tangente T : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ au point A.

1/ Préciser : f(1) ; f(0) ; f (-4) ; f(-2) puis f '(-2) et f '(1)

2/a) Déterminer graphiquement les limites de f en +∞ et en -∞.

b) En déduire les limites en +∞ et en -∞ de la fonction $g : x \mapsto e^{f(x)}$



3/ a) Résoudre graphiquement : f (x) = 0 ; puis f (x) > 0.

b) En déduire les solutions de : $e^{f(x)} = 1$, puis $e^{f(x)} > 1$

4/ Dresser le tableau de variation de f puis celui de g.

Ex 3. 6

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^x}$

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1/ Calculer : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et Interpréter graphiquement le résultat.

2/a) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

b) Interpréter graphiquement les résultats.

3/ Justifier que f est dérivable sur IR et que : $f'(x) = \frac{2+e^x}{(1+e^x)^2}\, e^{2x}$

4/ Dresser le tableau de variation de f.

5/ Montrer que f réalise une bijection de IR sur]0, +∞ [.

On notera g sa fonction réciproque.

6/ Vérifier que : $g(x) = \mathrm{Ln}\left(\frac{x+\sqrt{x^2+4x}}{2}\right)$ pour x∈] 0, +∞ [.

Ex 4. 6

Une entreprise fabrique des lecteurs MP3, dont **6 %** sont défectueux. Chaque lecteur MP3 est soumis à une unité de contrôle dont la fiabilité n'est pas parfaite. Cette unité de contrôle rejette **98 %** des lecteurs MP3 défectueux et **5 %** des lecteurs MP3 fonctionnant correctement.

On note : • D l'évènement : « le lecteur MP3 est défectueux »;

• R l'évènement : « l'unité de contrôle rejette le lecteur MP3 ».

1/ Faire un arbre de probabilité résumant cette situation.

2/a) Calculer la probabilité que le lecteur soit défectueux et non rejeté.

b) On dit qu'il y a une erreur de contrôle lorsque le lecteur MP3 est rejeté alors qu'il n'est pas défectueux, ou qu'il n'est pas rejeté alors qu'il est défectueux.

Calculer la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.

3/ Montrer que la probabilité qu'un lecteur MP3 ne soit pas rejeté est égale à **0,894 2**.

4/ Trois contrôles successifs indépendants sont maintenant réalisés pour savoir si un lecteur MP3 peut être commercialisé.

Un lecteur MP3 est :

- commercialisé avec le logo de l'entreprise s'il subit avec succès le trois contrôles successifs,
- commercialisé sans le logo de l'entreprise s'il subit avec succès au moins deux contrôles.
- détruit si non.

Le coût de fabrication d'un lecteur MP3 s'élève à **50DT**.

Son prix de vente est de **120DT** pour un lecteur avec logo et **60DT** pour un lecteur sans logo.

On désigne par **X** la variable aléatoire qui, à chaque lecteur MP3 fabriqué, associe le gain algébrique en DT (éventuellement négatif) réalisé par l'entreprise.

a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire **X**.

b) Calculer à 10^{-2} près l'espérance mathématique de **X**.

Donner une interprétation de ce résultat.