



# DEVOIR CONTROLE 3.

09/03/2018.  
4° éco-GEST3  
SMAALI.

**Ex 1.**

Pour chaque question, indiquer la bonne réponse, en la justifiant :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = 2 \ln(x^2) - 2x^2 - 2$ .

Questions	Réponse (a)	Réponse (b)	Réponse (c)	Réponse (d)
(1) La dérivée de $f$ est $f'(x) =$	$\frac{(2-4x^2)}{x}$	$\frac{(4x^2+4)}{x}$	$\frac{(-4x^2+4)}{x}$	Autre proposition.
(2) $f(-\sqrt{e}) =$	$2e$	$2(e-1)$	$2(e+1)$	Autre proposition
(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$	$0$	$2$	$-\infty$	Autre proposition.
(4) une des primitives de $f$ sur $]0, +\infty[$ est $F(x) =$	$2x \cdot \ln(x^2) - 6x - \frac{2}{3}x^2$	$2x \cdot \ln(x^2) + 6x - \frac{2}{3}x^2$	$4x \cdot \ln x - 6x + \frac{2}{3}x^2$	Autre proposition

**Ex 2.**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 1}$ .

On désigne par  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $e^{2x}(e^x - 2) = 0$ . puis calculer  $f(\ln 2)$ .

2- Calculer :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

Puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3- Justifier que  $f$  est dérivable sur  $]0, +\infty[$  [ et Montrer que  $f'(x) = \frac{(e^x - 2) \cdot e^{2x}}{(e^x - 1)^2}$ .

4- Dresser le tableau de variation de  $f$ .

5- Tracer la droite  $\Delta: y=x$  et la courbe  $C$ .

6- Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $]\ln 2, +\infty[$  [ sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera. On notera  $g$  sa fonction réciproque.

7- Tracer dans le même repère, la courbe représentative de la fonction  $g$ .

8- Dresser le tableau de variation de  $g$ . et donner la valeur de  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ .

Une usine d'emballage de pommes est approvisionnée par trois producteurs.

Le premier producteur fournit 70 % de l'approvisionnement de cette usine, le reste étant également partagé entre le deuxième producteur et le troisième.

Avant d'être emballées, les pommes sont calibrées par une machine pour les trier selon leur diamètre. Les pommes dont le diamètre est conforme aux normes en vigueur sont emballées, les autres, dites « hors calibre », sont rejetées.

Il a été constaté que 20 % des pommes fournies par le premier producteur sont hors calibre, 95 % des pommes fournies par le second producteur sont de bons calibres et 4 % des pommes fournies par le troisième producteur sont hors calibre.

Chaque jour les pommes livrées par les différents producteurs sont entreposées dans le même hangar. Pour l'étude du problème qui suit, on convient qu'elles sont bien mélangées. Un contrôle de qualité sur les pommes est effectué de la manière suivante : un contrôleur choisit de manière aléatoire une pomme dans ce hangar, puis mesure son diamètre pour déterminer si elle est de « bon calibre » ou « hors calibre ».

Soit  $F_1$  l'événement : « la pomme prélevée provient du premier producteur »

$F_2$  l'événement : « la pomme prélevée provient du deuxième producteur »

$F_3$  l'événement : « la pomme prélevée provient du troisième producteur »

$C$  l'événement : « la pomme prélevée a un bon calibre ».

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à  $10^{-4}$  près.

1. Modéliser la situation par un arbre de probabilités complète.

2. Justifier que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre et provienne du troisième producteur est 0,1440.

3. Montrer que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre est : 0,8465.

4. La pomme mesurée est hors calibre. Le contrôleur affirme : « Cette pomme provient très probablement du premier producteur ».

Quels calculs permettent de justifier cette affirmation ?

Faites ces calculs et conclure.