

Épreuve :

Mathématiques

Durée : 2H

Devoir de contrôle n°2

3^{ème} Sciences techniques 2

Professeur :

Dhaouadi
Nejib

Exercice 1

1) Dans chacun des cas suivants donner le domaine de définition de f et déterminer sa limite en $+\infty$.

a) $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 3$.

b) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$.

c) $f(x) = x - \sqrt{x}$.

d) $f(x) = x\sqrt{\frac{x}{x^2 + 1}}$.

e) $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$.

2) Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{3}}{x-1}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos 2x}$.

Exercice 2

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$ par : $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - x - 2}$

a) Déterminer les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b) Montrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$, $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

c) En déduire les limites : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$.

2) On considère la fonction g définie par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{|x-2|}{x^2 - x - 2} \text{ si } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\} \\ g(2) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

a) Donner le domaine de définition de g .

b) Etudier la continuité de g en 2.

Exercice 3

Sans utiliser la calculatrice, calculer les nombres suivants :

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{8}\right).$$

$$B = \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{5}\right).$$

$$C = \cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right).$$

Exercice 4

Soit x un réel de l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

1) Montrer que $(\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2 = 2$.

a) Calculer $\cos x + \sin x$

b) En déduire $\cos x$ et $\sin x$.

3) Montrer que $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin 2x$.

a) Calculer $\sin 2x$

b) En déduire x .

Exercice 5

Montrer que pour tout réel $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$$