Epreuve	Devoir de contrôle n°1	Professeur
MATHEMATIQUES	Classe : $3^{ème}$ ScExp	Dhaouadi Nejib
Durée : 2H	Octobre 2016	

Exercice 1 (8 points)

Dans le plan $\mathscr{P}$, *on considère un triangle ABC tel que* $AB = 6$, $AC = 4$ *et* $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 12$

1) *Démontrer que* $\widehat{BAC} = \pi/3$.

2) *On donne les ensembles D et D' tels que:*

$$D = \left\{M \in \mathscr{P} \text{ tels que } \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AM} = 12\right\} \text{ et } D' = \left\{M \in \mathscr{P} \text{ tels que } \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AM} = 12\right\}$$

Montrer que chacun des deux ensembles D et D' est une droite que l'on précisera.

3) *On pose* $\{I\} = D \cap D'$.

Montrer que $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$.

4) a) *Vérifier que* $C \in D$ *et* $B \in D'$

b) *En déduire que I est l'orthocentre du triangle ABC.*

5) *Le plan est rapporté à un repère orthonormé* $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ *de façon que les points A et B soient de coordonnées respectives* $(4,0)$ *et* $(-2,0)$.

On admet que le point C admet pour coordonnées $(2,\ 2\sqrt{3})$.

a) *Vérifier que* $AB = 6$, $AC = 4$ *et* $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 12$

b) *Donner une équation cartésienne pour chacune des droites D et D'.*

c) *Déduire alors les coordonnées du point I.*

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+x+1}$.

1) *Montrer que f est définie sur* $\mathbb{R}$.

2) a) *Montrer que pour tout réel x on a :* $2|x| \le x^2 + 1$.

b) *En déduire que pour tout réel x on a :* $-\dfrac{1}{2} \le \dfrac{x}{x^2+1} \le \dfrac{1}{2}$.

3) a) *Vérifier que pour tout réel x,* $f(x) = \dfrac{1}{1+\dfrac{x}{x^2+1}}$.

b) *Montrer alors que pour tout réel x,* $\dfrac{2}{3} \le f(x) \le 2$.

4) a) *Résoudre chacune des équations* $f(x)=1$ *et* $f(x)=2$.

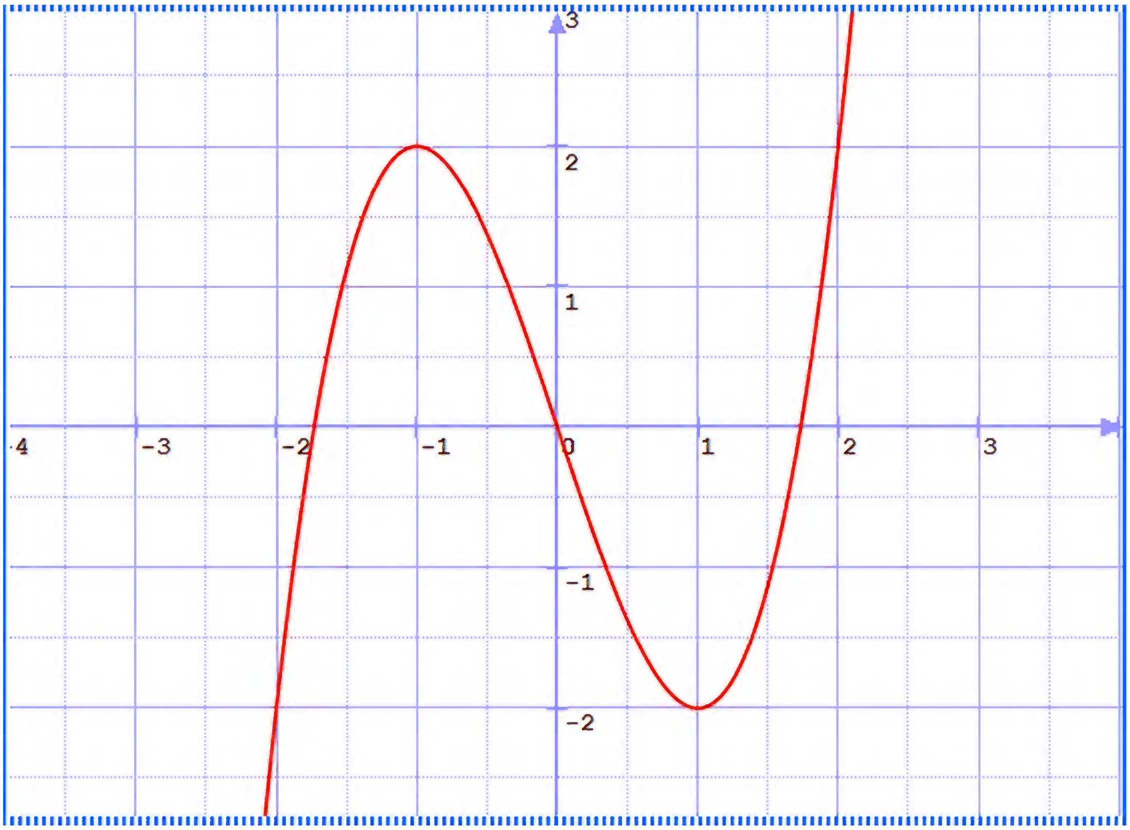
b) *Etudier le signe de* $f(x)-1$ *suivant les valeurs de x.*

c) *Expliciter alors* $E\left(f(x)\right)$ *suivant les valeurs de x.*

Exercice 3 (6 points)

La courbe ci – dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

Cette courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses $-\sqrt{3}$, 0 et $\sqrt{3}$.



1) Donner le sens de variation de f.

2) Donner le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

3) a) Reproduire la courbe $\mathcal{C}$ sur votre copie et tracer la droite D d'équation $y=x$

b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x$ et puis l'inéquation $f(x) \geq x$.

4) Sachant que pour tout réel x, $f(x) = ax^3 + bx + c$ où a, b et c sont des réels

Calculer a, b et c.