République tunisienne ♦♦♦ Ministère de l'éducation	***BAC BLANC – Mathématiques –***	
	Niveau :4ème technique *Date : 06/ 05/ 2016* *Durée : 3 heures*	*Lycées : Tataouine – Cité ennour* *Elmahrajen – Chebbi – Rogba*

La raison mathématique est depuis longtemps regardée comme la raison par excellence.

♣ EXERCICE N° 1 : (4 points)

Tous les résultats de l'exercice seront arrondis à 10^{-2}

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du pourcentage des logiciels piratés en Tunisie de 2005 à 2011.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année X	1	2	3	4	5	6	7
Pourcentage Y	85	78	73	66	57	51	47

1) Représenter dans l'annexe le nuage de points associé à la série statistique (X ; Y).

2) Déterminer les coordonnées du point moyen G .

3) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (X ; Y) , intérpreter ce résultat.

b) Déterminer par la méthode des moindres carrées , une équation de la droite de régression de Y en X .

c) En déduire une estimation des logiciels piratés pour l'année 2016 .

4) On admet que la fonction f définie sur $[1 ; +\infty[$ par : $f(x) = 99 \times e^{-0,11x}$ est une modélisation satisfaisante de l'évolution du pourcentage de logiciels piratés depuis 2005.

a) Déterminer de cet ajustement une estimation des logiciels piratés pour l'année 2016.

b) En 2016, le pourcentage de logiciels piratés est égale 24 ; Lequel des deux ajustements vous semble le plus pertinent ? Justifier votre choix.

♣ EXERCICE N° 2 : (4 points)

Tous les résultats de l'exercice seront arrondis à 10^{-3}

Une entreprise , qui fabrique des moteurs , posséde deux chaines de fabrication A et B . 70 % des moteurs proviennent de la chaine A . La chaine A produit 95 % des moteurs conformes et la chaine B produit 99 % des moteurs conformes .

1) On préléve au hasard un moteur dans la production totale ; On considére les évenements

A : Le moteur provient de la chaine A C : Le moteur est conforme

a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation précedente .

b) Calculer la probabilité de l'évenement :

" Le moteur est conforme et provient de la chaine de fabriquation A "

c) Montrer que $P(C) = 0{,}962$.

d) Le moteur est conforme , quelle est la probabilité pour qu'il provient de la chaine A .

2) On admet que la durée de vie sans panne (en année)d'un moteur est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramétre λ tel que : $\mathbf{P(X \geq 1) = 0{,}88}$

a) Montrer que $\lambda = 0{,}128$.

b) Quelle est la probabilité qu'un moteur tombe en panne avant 5 ans .

c) Un moteur a déjà fonctionné 3 ans , quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 5 ans .

♣ EXERCICE N° 3 : (5 points)

Soit (U_n) la suite définie sur IN* par : $\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{n+1}{2n} U_n \quad \text{pour } n \in IN^* \end{cases}$

1) a) Montrer par récurrence que : $n \in IN^*$ on a : $U_n > 0$

b) Montrer que (U_n) est une suite décroissante ; En déduire qu'elle est convergente .

2) Pour tout $n \in IN^*$, on considére la suite (V_n) définie par : $\mathbf{V_n = \frac{U_n}{n}}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géometrique de raison $\frac{1}{2}$.

b) Exprimer V_n en fonction de n ; En déduire que : $\mathbf{U_n = \frac{n}{2^n}}$ pour tout $n \in IN^*$.

3) Soit f la fonction définie sur $[1 ; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(x) - x\ln(2)$.

où ln désigne la fonction logarithme néperien .

a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

b) Vérifier que : $\ln(U_n) = f(n)$.

c) En déduire la limite de la suite (U_n) .

♣ **EXERCICE N° 4 : (7 points)**

Dans l'annexe ci jointe , $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ est un repére orthogonal du plan ; (Cg) et (C h) sont les représentations graphiques respectives des fonctions g et h définies sur $[0 ; +\infty [$ par

$$g(x) = x + 2 - e^x \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{1}{x+1}$$

Le réel α est l'abscisse du point d'intersection de (φ g) avec l'axe des abscisses

(Cg) admet a droite du point (0 ;1) une demi-tangente horisontale , et admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction $(O ; \vec{j})$

1) a) Par lecture graphique donner le signe de g (x)

b) Montrer que : $e^{\alpha} = \alpha + 2$

2) Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty [$ par : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x e^x + 1}$;

On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans le méme repére

a) Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$, puis intérpreter ce résultat graphiquement

b) Calculer f ' (x) [fonction dérivée de f] et vérifier que : $f'(x) = \dfrac{e^x \cdot g(x)}{(1 + x e^x)^2}$.

c) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha + 1}$

d) Dresser le tableau de variation de f

3) a) Vérifier que $h(x) - f(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)(1 + x e^x)}$

b) En déduire la position relative des deux courbes (Cf) et (Ch)

c) Construire sur l'annexe le point A de la courbe de f d'abscisse α

d) Tracer (Cf)

4) a) Vérifier que pour tout $x \in [0 ; +\infty [$ on a : $f(x) = \dfrac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$

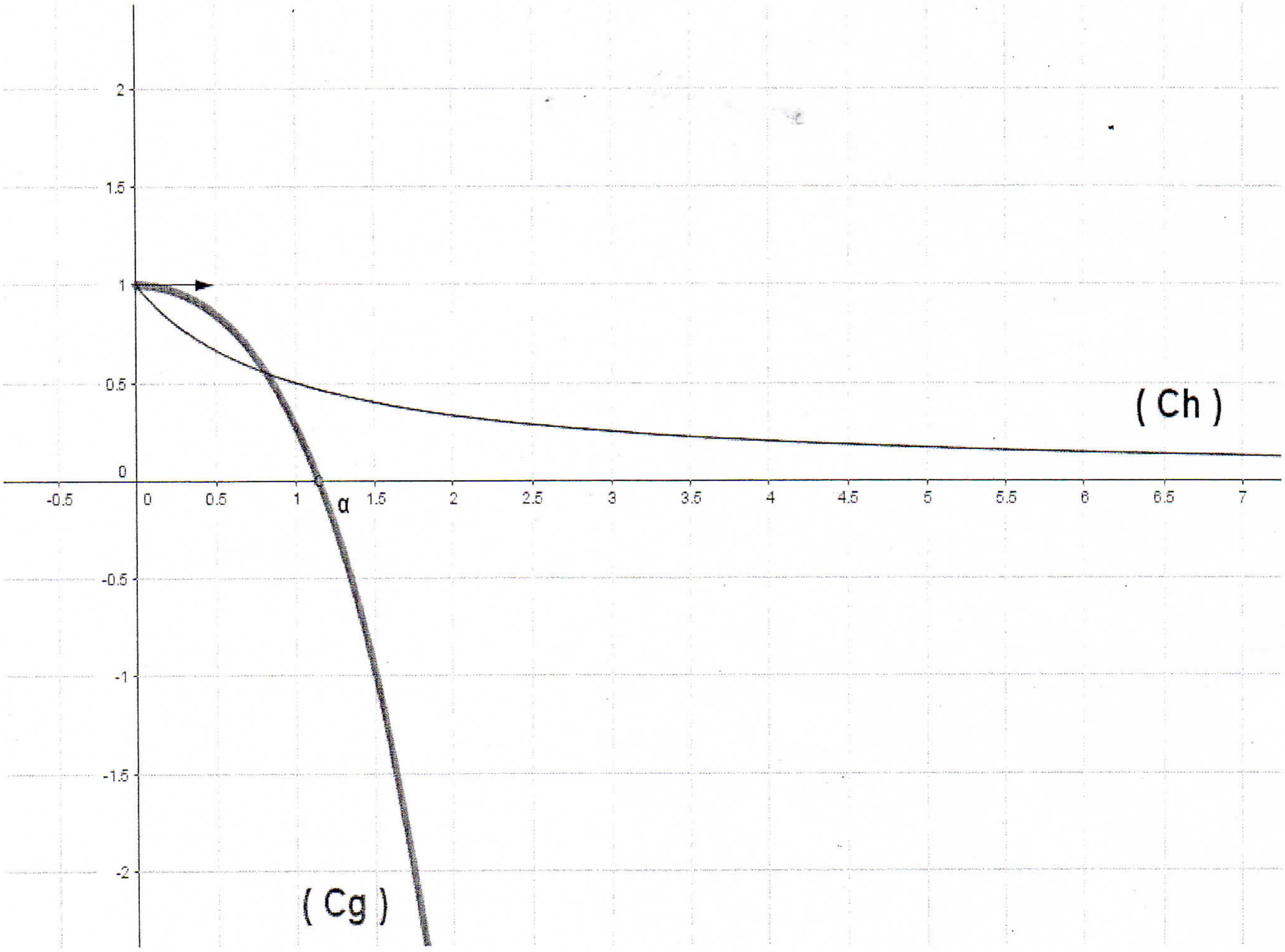
b) En déduire en fonction de α , l'aire re de la partie du plan limitée par (Cf) , l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = α .

Bon travail

Annexe : **Copie à rendre**

Nom et Prénom : ……………………………………… **Classe :** ……………

- **EXERCICE N° 4 :**



- **EXERCICE N° 1 :**