Lycée secondaire ALI BOURGUIBA		2009 - 2010
Épreuve : Mathématiques	Devoir de synthèse n° 3	Durée : 3H
Prof : MAATALLAH	Le 14 - 05 - 2010	Classe : 4 Tec

EXERCICE N°1 : (3 points)

Pour chacune des trois questions, une seule des trois propositions est exacte.
Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie sans justification

1/ Soit (u_n) une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $u_1 = 2$. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on pose $v_n = \ln(u_n)$.

a) $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = \frac{2}{3^n}$. b) (v_n) est arithmétique de raison $-\ln(3)$. c) $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} v_k = \frac{1}{n}(v_1 + v_2 + \ldots + v_n) = \ln 2 - \frac{n}{2}\ln 3$

2/ La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $w_n = \frac{5^n - 2^n}{5^n + 2^n}$ vérifie :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = +\infty$ b) $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = -1$ c) $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$

3/ Soit (I_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $I_n = \int_0^1 (1+x^n)\ln(1+x)\,dx$. Alors :

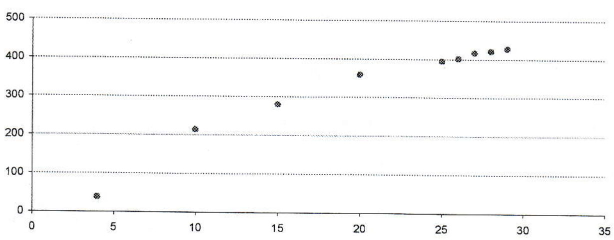
a) $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$, on a : $0 \le I_n \le 2\ln 2$. b) $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante c) $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers 2ln2

EXERCICE N°2 : (4 points)

Le tableau ci-dessous donne la production d'électricité en Tunisie, exprimée en milliards de kWh, entre 1984 et 2009. Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 1980.

Année	1984	1990	1995	2000	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année x_i	4	10	15	20	25	26	27	28	29
Production y_i	37,9	213,1	279,9	358,8	395,2	401,3	416,5	420,7	427,7

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



1/a) Donner, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés

b) D'après cet ajustement, quelle serait la production d'électricité en 2010 ?

2/ Compte tenu de l'allure du nuage de points, on choisit un ajustement logarithmique et on modélise la production d'électricité par la fonction f définie pour tout x de $[4;+\infty[$ par $f(x) = 197\ln x - 237$.

a) Calculer la production d'électricité prévisible avec ce modèle pour l'année 2010. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

b) Résoudre dans $[4;+\infty[$ l'inéquation $f(x) \ge 460$.

c) Avec ce modèle, en quelle année peut-on prévoir que la production d'énergie dépassera 460 milliards de kWh ?

EXERCICE N° 3 : (6 points)

Un constructeur automobile achète des pneus à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20 % au premier fournisseur, 50 % au second fournisseur et 30 % au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 90 % de pneus sans défaut, le second fournisseur fabrique 95 % de pneus sans défaut et le troisième fournisseur fabrique 80 % de pneus sans défaut.

On note F_1 l'événement "le pneu provient du premier fournisseur", F_2 l'événement "le pneu provient du second fournisseur" et F_3 l'événement " le pneu provient du troisième fournisseur ".

1/On choisit un pneu au hasard dans la livraison. On note S l'événement " le pneu est sans défaut ".

a) Calculer la probabilité P(S) que le pneu soit sans défaut.

b) Le pneu choisi étant sans défaut, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?

2/ On suppose que la probabilité qu'un pneu monté soit sans défaut est de 0,895. Calculer la probabilité R, que sur un lot de 12 pneus montés, un pneu au plus soit défectueux.

3/La durée de vie en km d'un pneu est une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre : $\lambda = \frac{1}{50000} = 2\times 10^{-5}$.

a) Quelle est la probabilité P_1 qu'un pneu dure moins de 50 000 km ?

b)Quelle est la probabilité P_2 qu'un pneu dure plus de 50 000 km ?

c)Quelle est la probabilité P_3 qu'un pneu dure plus de 50 000 km, sachant qu'il a déjà duré 25000 km ?

d) Donner la densité et la fonction de répartition de T puis calculer E (T) et V(T) .

EXERCICE N° 4 : (7 points)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1-x)e^{-x}$. On a représenté , dans un repère orthogonal , les courbes de deux fonctions F et g (F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$ et g est la dérivée de f sur $\mathbb{R}$) *VOIR ANNEXE* .

1/ a) Dire , en justifiant , laquelle est la courbe de F .

b) Déduire le tableau de variation de f .

2/ a) Ecrire une équation de la tangente T à la courbe de F au point d'abscisse 0 . Construire T .

b) Soit $(\mathcal{C}_1)$ la partie de la courbe de f sur $[0,+\infty[$ dans le même repère que (C) et (G).

i] Vérifier que A et B sont des points de $(\mathcal{C}_1)$.

ii] Construire $(\mathcal{C}_1)$ et la tangente T_1 à la courbe de f au point d'abscisse 0 .

c) Evaluer , sans faire des calculs , l'aire du domaine du plan limité par les courbes de f et g et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$.

3/ a) Etudier , à l'aide du graphique , le signe de $\frac{f(x)}{F(x)}$.

b) Déduire le tableau de variation de $H : x \longmapsto \ln |F(x)|$.

c) i] Montrer que l'équation : $H(x) = 0$ admet dans $]-\infty, 0[$ une solution unique α et que $\alpha \in]\frac{-2}{3}, \frac{-1}{3}[$

ii] Calculer $H'(\alpha)$ en fonction de α .

4/ Soit $x \in [0,+\infty[$ et $(F_n(x))$ la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $\begin{cases} F_1(x) = f(x) \\ F_{n+1}(x) = F_n{}'(x) \end{cases}$

a) Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $F_n(x) = (-1)^n (x-n) e^{-x}$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, soit $A_n(x_n , y_n)$ le point d'intersection des courbes de F_n et F_{n+1} et $I_n = \int_{x_n}^{n+1} F_{n+1}(t)\,dt$

Montrer que $I_n = \frac{(-1)^n}{e^{n+1}} - y_n$. Déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

Bonne chance et excellente réussite au Baccalauréat

Nom et prénom:..................................	Annexe à rendre avec la copie
Classe : 4 Tec 1, 2