Lycée secondaire ALI BOURGUIBA		2008 - 2009
Épreuve : Mathématiques	Devoir de synthèse n° 3	Durée : 3H
Prof : MAATALLAH	Le 08 - 05 - 2009	Classe : 4 Tec 1, 2

EXERCICE N° 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est correcte. Relever cette réponse.

1/ Une variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètre 5 et $\frac{1}{4}$. La probabilité de l'évènement $X > 4$ est :

a) $(\frac{3}{4})^5$ b) $(\frac{1}{4})^5$ c) $5\left(\frac{1}{4}\right)^4(\frac{3}{4})$

2/ Si X est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur [3,19] alors $p\,(X \leq 7)$ est:

a) $(\frac{1}{4})$ b) $(\frac{7}{16})$ c) $(\frac{3}{4})$

3/ On considère la suite U définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $U_n = \int_{ln(n)}^{ln(n+1)} \frac{1}{1+e^x} dx$ alors on a :

a) $U_n = ln(\frac{n+1}{n(n+2)})$ b) $U_n = 2ln(n+1) - ln[n(n+1)]$ c) $U_n = ln(\frac{n+1}{n+2})$

EXERCICE N° 2 (5 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du pourcentage de logiciels piratés en Tunisie de2000 à 2008. X désigne le rang de l'année et Y le pourcentage de logiciels piratés.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage : Y	85	78	73	66	57	51	47	44	43

1/ Représenter le nuage de points associé à la série statistique (X , Y) dans un repère orthogonal.

2/ Calculer le coefficient de corrélation r . Un ajustement affine est-il fiable ? Si oui, déterminer la droite de régression de Y en X et la construire. Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

3/ Les experts cherchent à modéliser cette évolution par une fonction dont la courbe est voisine du nuage de points. Pour cela, on pose $Z = ln(Y)$.

a) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en$X$. En déduire l'expression de Yen fonction de X

b) Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

4/ On admet que la fonction f définie sur $[\,0\,,+\infty[$ par : $f(t) = 85e^{-0,093t}$ est une modélisation satisfaisante de l'évolution du pourcentage de logiciels piratés depuis 2000

a) Etudier le sens de variation de f sur $[\,0\,,+\infty[$ et construire sa courbe (C_f) dans le même repère .

b) Calculer $I = \int_0^8 f(t)dt$. En déduire le pourcentage moyen durant les années de 2000 à 2008.

EXERCICE N° 3 (5 points)

On dispose d'une urne U contenant 4 boules blanches et 3 boules noires et deux dés D_1 et D_2 . Les faces de D_1 sont numérotées « 1,1,1,1,2,2 » et les faces de D_2 sont numérotées « 1,1,2,2,2,2 ».

1/ On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne U .

a / Soit l'événement A : « Obtenir 2 boules noires » . Montrer que p(A) =$\frac{12}{35}$

b/ Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de boules noires obtenues .
Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer l'espérance et la variance de X .

2/ On répète l'expérience précédente 5 fois de suite en remettant les boules tirées dans l'urne après chaque tirage. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants : B « Obtenir au moins une fois 2 boules noires » , C « Obtenir 2 boules noires pour la première fois au 3[ième] tirage ».

3/ On tire une boule de l'urne U, si elle est blanche on lance 2 fois de suite le dé D_1 , sinon on lance le dé D_2 deux fois de suite . On désigne par Y l'aléa numérique qui indique le produit des numéros obtenus.

Déterminer la loi de probabilité de Y.

EXERCICE N° 4 (7 points)

Dans l'annexe la courbe (C_f) représente une fonction f définie sur $]0,+\infty[$ et la droite Δ d'équation :$y = x$.

1/ Par une lecture graphique déterminer :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Le tableau de variation de f.

2/ Soit g la restriction de f à $[1 , +\infty [$

a) Justifier que g réalise une bijection de $[1 , +\infty [$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe $(C_{g^{-1}})$ de la fonction réciproque de g dans le repère de l'annexe.

3/ On suppose que $f(x) = x + (x-2)\ln x$. A l'aide d'une intégration par parties , calculer $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) , $(C_{g^{-1}})$ et les droites d'équations x= 1 et $x = 2$.

4/ Soit φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = 1 + (x-1)e^{-x}$

a) Dresser le tableau de variation de φ .

b) Calculer $\varphi(0)$, en déduire le signe de $\varphi(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$.

5/ Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x(1 - e^{-x})$ et (C_h) sa courbe dans un autre repère orthonormé .

a) Dresser le tableau de variation de h.

b) Montrer que Δ :$y = x$ est une asymptote à (C_h) au voisinage de $(+\infty)$ puis tracer (C_h).

6/ Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = \frac{1}{2}$ et $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = h(U_n)$

a) Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq 0$.

b) Montrer que U est décroissante. En déduire qu'elle est convergente et déterminer sa limite.

Bonne chance et excellente réussite au Baccalauréat

Nom et prénom :………………………………. **Annexe à rendre avec la copie**

Classe : 4 Tec 1,2