





2/ a) Calculer  $P(N_1 \cap N_2 \cap N_3)$  et  $P(N_1 \cap R_2 \cap N_3)$ .

b) En déduire  $P(N_1 \cap N_3)$ .

c) Calculer de façon analogue  $P(R_1 \cap N_3)$ .

d) En déduire  $P(N_3)$

3/ Les évènements  $N_1$  et  $N_3$  sont – ils indépendants ?

4/ Sachant que la boule tirée de  $U_3$  est noire, quelle est la probabilité que la boule tirée de  $U_1$  soit rouge.

**Exercice N° 03 ( 6 pts ) :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} - e^{-x} - 1 & \text{si } x \geq 0 \\ e^x + 2x - 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

et  $(\xi_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2/ Montrer que  $(\xi_f)$  admet une asymptote  $(\Delta)$  au voisinage de  $-\infty$  dont on déterminera son équation.

3/ Etudier la continuité de  $f$  en 0.

4/ Dresser le tableau de variation de  $f$  et construire sa courbe représentative  $(\xi_f)$  dans  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 5/ Soit  $\mathcal{A}(\alpha)$  l'aire de la partie du plan limitée par  $(\xi_f)$ ,  $(\Delta)$  et les droites d'équations  $x = \ln(4)$  et  $x = \alpha$ ;  $\alpha > \ln(4)$ .
- Calculer  $\mathcal{A}(\alpha)$ .
  - Déterminer  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha)$ .
  - Calculer le volume  $\mathcal{V}$  du solide de révolution engendré par la rotation de  $\mathcal{A}(\alpha)$  autour de l'axe  $(O, \vec{i})$ .

**Exercice N° 04 ( 5 pts ) :**

Soit  $U_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$  ;  $n \in \mathbb{N}$

1/a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a :  $0 \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$ .

b) En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ .

2/ Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  on a :  $U_n = n U_{n-1} - \frac{1}{e}$ .

3/a) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a :  $U_n = \frac{n!}{e} \left[ e - \left( \sum_{p=0}^n \frac{1}{p!} \right) \right]$

b) En déduire que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{p=0}^n \frac{1}{p!} = e$

*Bon Travail ...* ✍